1. NOTIONS PRELIMINAIRES

EXERCICE 1

20 cm² = 20.(10⁻²)² = 20.10⁻⁴ m²	$\frac{60 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{60 \cdot 10^3 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 17 \text{ m.s}^{-1}$
13 cm³ = 13.(10⁻²)³ = 13.10⁻⁶ m³ 200 L = 200.10⁻³ m³	$\frac{40 \text{ L}}{1 \text{ h}} = \frac{40 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{3600 \text{ s}} = 1{,}1 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3.\text{s}^{-1}$ $\frac{10 \text{ L}}{1 \text{ min}} = \frac{10 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{60 \text{ s}} = 1{,}7 \cdot 10^{-4} \text{m}^3.\text{s}^{-1}$
3 jours = 3 × 24 × 60 × 60 = 259200 s 2h 20 minutes = 2 × 3600 + 20 × 60 = 8400 s	3 bar = 3.10⁵ Pa 10 mCE : $\Delta p = \rho g h = 1000 \times 10 \times 10 = 10^5 \text{ Pa}$

EXERCICE 2

Energie totale = énergie cinétique + énergie potentielle de pesanteur ; en l'absence de frottements elle se conserve : $E_i = E_f$:

$$\frac{1}{2}mv_i^2 + mgz_i = \frac{1}{2}mv_f^2 + mgz_f \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}m\left(v_f^2 - mv_i^2\right) = mg\left(z_i - z_f\right)$$

or $v_i = 0$, et $z_i - z_f =$ h hauteur de chute :

$$\frac{1}{2}\left(v_f^2 - 0\right) = gh \quad \Rightarrow \quad v_f = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9{,}81 \times 100} = 44{,}3 \text{ m.s}^{-1}$$

EXERCICE 3

$$p = \frac{F}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{50 \times 9{,}81}{0{,}250} = 1962 \text{ Pa}$$

EXERCICE 4

$$p = \frac{F}{S} = \frac{mg}{S} \quad \Rightarrow \quad m = \frac{PS}{g} = \frac{120 \times 0{,}3}{9{,}81} = 3{,}67 \text{ kg}$$

EXERCICE 5

a) La masse du liquide est $m = \rho V = \rho S h$.

b) La force de pesanteur (= poids) du liquide est $P = mg = \rho Shg$.

c) La pression exercée par ce liquide sur le fond du récipient vaut : $p = \frac{P}{S} = \frac{\rho Shg}{S} = \rho hg$

Conclusion : $p = \rho g h$

2. PRESSION DANS UN LIQUIDE EN EQUILIBRE

21. GENERALITES

EXERCICE 6

a) La section du récipient vaut : S = 100 cm² = 0,0100 m².
Le volume de liquide vaut : V = 0,0100 × 0,0735 = 0,000735 m³.

La masse volumique du liquide vaut : $\rho = \dfrac{m}{V} = \dfrac{10}{0{,}000735} = 13600 \text{ kg.m}^{-3}$.

b) Pression partielle : $p_{partielle} = \rho g h = 13600 \times 9{,}81 \times 0{,}0735 = 9810 \text{ Pa}$.

On aurait aussi pu calculer : $p_{partielle} = \dfrac{mg}{S} = \dfrac{10 \times 9{,}81}{0{,}01} = 9810 \text{ Pa}$.

c) Pression totale : $p = \rho g h + p_{atm} = 9810 + 10^5 = 109810 \text{ Pa}$.

EXERCICE 7

Deux raisonnements contradictoires peuvent être imaginés :

i) Le récipient de gauche contient plus de liquide, donc sa force de pesanteur du liquide est plus grande et la surface est la même, donc la pression est plus grande. L'erreur de cette réponse est d'ignorer les forces exercées par les parois sur le liquide, dont les composantes verticales s'ajoutent à la force de pesanteur pour donner une force finale exercée au fond du récipient de droite égale à celle du récipient de gauche.

ii) La pression due au liquide dans un récipient égale la masse volumique du liquide fois l'accélération de la pesanteur g fois la hauteur du liquide : $p = \rho g h$. Dans les deux situations, cela donne le même résultat, donc la pression est la même au fond des deux récipients. Cette réponse est correcte.

EXERCICE 8

La pression est la même en tous points du plan A :
A gauche : $p_2 = p_{atm} + \rho_2 g h_2$

A droite : $p_1 = p_{atm} + \rho_1 g h_1$

Comme $p_1 = p_2$ on a : $p_{atm} + \rho_1 g h_1 = p_{atm} + \rho_2 g h_2 \quad \Rightarrow \quad \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \quad \Rightarrow \quad h_1 = \dfrac{\rho_2}{\rho_1} h_2$

Par ailleurs, $h_2 = \dfrac{V_2}{S} = \dfrac{2000}{100} = 20 \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad h_1 = \dfrac{\rho_2}{\rho_1}\dfrac{V_2}{S} = \dfrac{700}{1000}\dfrac{2000}{100} = 14 \text{ cm}$ et $\Delta h = h_2 - h_1 = 6 \text{ cm}$

EXERCICE 9

a) $V_{huile} = Sh_2 \quad \Rightarrow \quad h_2 = \dfrac{V_{huile}}{S} = \dfrac{12,0}{1,00} = 12,0 \text{ cm}$

b) Les pressions en (1) et en (2) sont les mêmes, donc :

$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 \quad \Rightarrow \quad h_1 = \dfrac{\rho_2 h_2}{\rho_1} = \dfrac{840 \times 12}{998} = 10,1 \text{ cm}$

soit : $h_2 - h_1 = 12,0 - 10,1 = 1,9 \text{ cm}$

EXERCICE 10

$p_{atm} = \rho g h \quad \Rightarrow \quad h = \dfrac{p_{atm}}{\rho g} = \dfrac{1,013 \cdot 10^5}{13590 \times 9,81} = 0,760 \text{ m}$

22. PRINCIPE FONDAMENTAL DE L'HYDROSTATIQUE

EXERCICE 11

a) La pression à la surface de l'eau est de une atmosphère, soit $1,013.10^5$ Pa par temps "normal".

b) La pression subie par un plongeur se trouvant à 20 m de profondeur est de une atmosphère + la pression exercée par l'eau : $p = p_{atm} + \rho_{eau} g h = 10^5 + 1000 \times 9,81 \times 20 = 2,96 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

c) Il faut tenir compte de la pression atmosphérique, de la masse volumique de l'eau, de l'accélération de la pesanteur et de la profondeur. Peu importe la quantité d'eau se trouvant dans la mer, le lac ou la piscine dans laquelle se trouve le plongeur.

d) La pression subie par un plongeur se trouvant à 50 m de profondeur est de une atmosphère + la pression exercée par l'eau : $p = p_{atm} + \rho_{eau} g h = 10^5 + 1000 \times 9,81 \times 50 = 5,9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

EXERCICE 12

La pression atmosphérique ne sera pas prise en compte.

En C, la pression due à l'eau est celle d'une colonne de 25 + 1 m d'eau.

$p_C = \rho_{eau} g h = 1000 \times 9,81 \times (25 + 1) = 2,55 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

En A, la pression due à l'eau est celle d'une colonne de 25 − 7 m d'eau.

$p_A = \rho_{eau} g h = 1000 \times 9,81 \times (25 - 7) = 1,77 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

En B, la pression due à l'eau est celle d'une colonne de 25 − 4 m d'eau.

$p_B = \rho_{eau} g h = 1000 \times 9,81 \times (25 - 4) = 2,06 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

En D, la pression due à l'eau est celle d'une colonne de 25 − 15 m d'eau.

$p_D = \rho_{eau} g h = 1000 \times 9,81 \times (25 - 15) = 0,98 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

EXERCICE 13

a La pression exercée pas l'eau dans le tonneau est proportionnelle à la hauteur d'eau et indépendante de la quantité d'eau se trouvant dans le tube.
La force due à la pression et s'appliquant sur les parois du tonneau est proportionnelle à la pression due à la colonne d'eau et à la surface intérieure des parois du tonneau. Cette force est donc beaucoup plus grande dans le tonneau que dans le tube.

b Le paradoxe vient du fait qu'une petite quantité d'eau permet d'exercer une grande force sur la parois du tonneau. Cette force est beaucoup plus grande que la force de pesanteur de l'eau se trouvant dans le tube. Elle peut même être beaucoup plus grande que la force de pesanteur de l'eau se trouvant dans le tube plus celle se trouvant dans le tonneau. L'eau du tube fait en sorte que les parois du tonneau se repoussent avec une très grande force.

c La surface de la douve est de $S=\left(10\cdot 10^{-2}\right)^2=0{,}01\text{ m}^2$

La pression sur cette douve est de $p_{douve}=\rho g\left(h-h'\right)=1000\times 9{,}81\times 9{,}5=0{,}93\cdot 10^5\text{ Pa}$

Donc la force s'appliquant sur cette douve est de $F=p_{douve}\times S=0{,}93\cdot 10^5\times 0{,}01=930\text{ N}$: C'est comme si la douve devait retenir une masse d'environ 93 kg.

<u>Remarque</u> : Les forces dues à la pression atmosphérique sont les mêmes des deux côtés de la douve et se compensent. Il n'est donc pas nécessaire d'en tenir compte.

23. PRINCIPE DE PASCAL

EXERCICE 14

La surpression créée par le poids du piston vaut : $p=\dfrac{P}{S}=\dfrac{mg}{\pi\dfrac{D^2}{4}}=\dfrac{4mg}{\pi D^2}$

Cette surpression est équilibrée par la pression crée en A par la colonne d'huile : $p_A=\rho gh$:

$$p_A=\rho gh=p=\frac{4mg}{\pi D^2}\quad\Rightarrow\quad h=\frac{4mg}{\pi D^2\rho g}=\frac{4m}{\pi D^2\rho}=\frac{4\times 60}{\pi\times\left(20\cdot 10^{-2}\right)^2\times 800}=2{,}39\text{ m}$$

EXERCICE 15

a) En négligeant la différence de hauteurs du liquide, la pression en (1) est la même que en (2). On a donc : $P_1 = P_2$, donc $\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \quad \Rightarrow \quad F_2 = F_1 \cdot \frac{S_2}{S_1}$

b) Lorsque le piston en (1) descend, celui en (2) monte de telle sorte que le volume d'huile qui est chassé en (1) égale celui qui est poussé en (2). Donc $S_1 h_1 = S_2 h_2$.

La surface S_2 monte donc de $h_2 = h_1 \cdot \frac{S_1}{S_2}$ lorsque la surface S_1 descend de h_1. On a bien sûr aussi la relation symétrique : $h_1 = h_2 \cdot \frac{S_2}{S_1}$.

c) Dans le cas où $\frac{S_2}{S_1} = 100$, il faudrait faire descendre h_1 de 200 mètres pour faire monter la voiture de 2,00 mètres. Ce n'est pas pratique.

Ce qui se fait en pratique, est de descendre la surface S_1 de h_1 = 20 centimètres, puis bloquer le conduit d'huile entre les côtés (1) et (2) et de remonter la surface S_1 de 20 centimètres en injectant de l'huile venue d'un réservoir externe, pour ouvrir de nouveau le conduit entre les côtés (1) et (2). En effectuant cette suite de mouvements 1000 fois, on fait monter la voiture de 2,0 mètres.

Ce procédé nécessite un volume d'huile venant du réservoir égale à $V = S_2 \cdot h_2$.
Si $S_2 = 3{,}00\ m^2$ et $h_2 = 2{,}00$ m, alors le volume d'huile injecté du réservoir vaut :
$V = S_2 \cdot h_2 = 3{,}00 \times 2{,}00 = 6{,}00\ m^3$. La variation du volume du côté (1) est négligeable.

3. THEOREME D'ARCHIMEDE

EXERCICE 16

Poids de l'acier : $P_a = m_a g = \rho_a V_a \times g = d_a \rho_{eau} \times S_a e \times g = d_a \rho_{eau} eg\pi R\sqrt{R^2+h^2}$

Poids du liquide contenu :

$$P_l = m_l g = \rho_l V_l \times g = d_l \rho_{eau} \times \frac{\pi}{3} R'^2 h' \times g = d_l \rho_{eau} \times \frac{\pi}{3}\left(\frac{R}{2}\right)^2\left(\frac{h}{2}\right) \times g = d_l \rho_{eau} \times \frac{\pi}{24} R^2 h \times g$$

Poussée d'Archimède = poids du volume d'eau déplacée :

$$\Pi = m_{eau} g = \rho_{eau} V_{eau} \times g = \rho_{eau} \times \frac{\pi}{3} r^2 d \times g$$

A l'équilibre, $\Pi = P_a + P_l \quad \Rightarrow \quad \rho_{eau} \times \frac{\pi}{3} r^2 d \times g = d_a \rho_{eau} eg\pi R\sqrt{R^2+h^2} + d_l \rho_{eau} \times \frac{\pi}{24} R^2 h \times g$

$$\frac{\pi}{3} r^2 d = d_a e\pi R\sqrt{R^2+h^2} + d_l \frac{\pi}{24} R^2 h$$

On remarque que h = 2R, h' = 2R' : on en déduit d = 2r :

$$\frac{\pi}{3}\left(\frac{d}{2}\right)^2 d = d_a e\pi R\sqrt{R^2+(2R)^2} + d_l \frac{\pi}{24} R^2 h$$

$$\frac{\pi}{12} d^3 = d_a e\pi R\sqrt{5R^2} + d_l \frac{\pi}{24} R^2 h = d_a e\pi R^2\sqrt{5} + d_l \frac{\pi}{24} R^2 h$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{12}{\pi}\left(d_a e\pi R^2\sqrt{5} + d_l \frac{\pi}{24} R^2 h\right)} = \sqrt[3]{12 d_a e R^2\sqrt{5} + d_l \frac{R^2 h}{2}}$$

$$d = \sqrt[3]{12 \times 7{,}85 \times 1\cdot 10^{-3} \times \left(25\cdot 10^{-2}\right)^2 \times \sqrt{5} + 1{,}8 \times \frac{\left(25\cdot 10^{-2}\right)^2 \times 50\cdot 10^{-2}}{2}} = 0{,}346 \text{ m} = 34{,}6 \text{ cm}$$

EXERCICE 17

a) $V = \dfrac{m}{\rho_{humain}} = \dfrac{70}{1000} = 0{,}070 \text{ m}^3$

b) La force d'Archimède qui s'exerce sur cette personne vaut :
$\Pi = \rho_{air} g V = 1{,}3 \times 9{,}81 \times 0{,}070 = 0{,}89 \text{ N}$

c) Cette force égale la force de pesanteur d'une masse de $m = \dfrac{\Pi}{g} = \dfrac{0{,}89}{9{,}81} = 0{,}091 \text{ kg} = 91 \text{ g}$.

Cela signifie que la force d'Archimède nous allège de 91 grammes, ce qui est négligeable comparé aux 70 kg de la personne.

EXERCICE 18

$m_{apparente} = m - \rho_{fluide} V$.

$$m_{apparente} = m - \rho_{fluide} V = m - \rho_{fluide} \frac{m}{\rho} = m\left(1 - \frac{\rho_{fluide}}{\rho}\right) = 50 \times \left(1 - \frac{998}{7870}\right) = 43{,}7 \text{ kg}$$

EXERCICE 19

Comme l'objet en glace flotte, la force d'Archimède compense la force de pesanteur.

On a donc l'égalité des forces : $\Pi = P \quad \Rightarrow \quad \rho_{eau} V' g = \rho_{glace} V g \quad \Rightarrow \quad \rho_{eau} V' = \rho_{glace} V$

Fraction de volume immergée : $\dfrac{V'}{V} = \dfrac{\rho_{glace}}{\rho_{eau}} < 1$

La fraction immergée est comprise entre :

$\dfrac{V'}{V} = \dfrac{\rho_{glace}}{\rho_{eau}} = \dfrac{917}{1070} = 0{,}857$ et $\dfrac{V'}{V} = \dfrac{\rho_{glace}}{\rho_{eau}} = \dfrac{917}{1020} = 0{,}899$

Soit de 1 - 0,899 = 10 % à 1 - 0,857 = 14 % de l'objet est apparent hors de l'eau, en fonction de la salinité de l'eau.

EXERCICE 20

c) Lors de l'immersion des deux corps, la balance descend du côté du fer pour la raison suivante : La balance étant équilibrée au départ et la masse volumique du fer étant plus grande que celle de l'aluminium, le volume d'aluminium est plus grand. Donc la force d'Archimède exercée sur l'aluminium dans l'eau sera supérieure à celle exercée sur le plus faible volume de fer immergé dans l'eau.

d) La balance étant équilibrée, la force de pesanteur des deux corps sont les mêmes et donc leur masses sont les mêmes.

Donc $m_{alu} = m_{fer} \quad \Rightarrow \quad \rho_{alu} V_{alu} = \rho_{fer} V_{fer} \quad \Rightarrow \quad V_{alu} = \dfrac{\rho_{fer} V_{fer}}{\rho_{alu}} = \dfrac{7870 \times 1}{2700} = 2{,}92 \text{ dm}^3$

e) Du côté aluminium, $P_{alu} = \rho_{alu} V_{alu} g = 2700 \times 2{,}92 \cdot 10^{-3} \times 9{,}81 = 77{,}3 \text{ N}$ et

$\Pi_{alu} = \rho_{eau} V_{alu} g = 1000 \times 2{,}92 \cdot 10^{-3} \times 9{,}81 = 28{,}6 \text{ N}$

La tension dans le fil est donc de 77,3 − 28,6 = 48,7 N.

Du côté fer, avec un volume de 0,900 dm^3, $P_{fer} = \rho_{fer} V_{fer} g = 7870 \times 0{,}9 \cdot 10^{-3} \times 9{,}81 = 69{,}5 \text{ N}$ et

$\Pi_{fer} = \rho_{fer} V_{fer} g = 1000 \times 0{,}9 \cdot 10^{-3} \times 9{,}81 = 8{,}8 \text{ N}$

La tension dans le fil est donc de 69,5 − 8,8 = 60,7 N

La tension dans le fil du côté aluminium étant plus grande, c'est du côté de l'aluminium que penchera la balance si on enlève 0,100 dm^3 de fer au 1,00 dm^3 de fer initial.

EXERCICE 21

Il faut que la force d'Archimède sur le bois immergé soit égale à la force de pesanteur du bois plus celle de l'humain.

Donc il faut que : $\rho_{eau} g V_{bois} = \left(m_{bois} + m_{\text{homme}}\right) g$

D'autre part on sait que : $m_{bois} = \rho_{bois} V_{bois}$.

En simplifiant la première égalité et en insérant la seconde dans la première, on a :

$$\rho_{eau} V_{bois} = \rho_{bois} V_{bois} + m_{\text{homme}} \quad \Rightarrow \quad \left(\rho_{eau} - \rho_{bois}\right) V_{bois} = m_{\text{homme}} \quad \Rightarrow \quad V_{bois} = \frac{m_{\text{homme}}}{\rho_{eau} - \rho_{bois}}.$$

$$V_{bois} = \frac{70}{1000 - 800} = 0{,}35 \text{ m}^3$$

Le volume minimum de bois capable de supporter un homme de 70,0 kg sur l'eau est de 0,35 m^3.