EXERCICE 1

Détermination du coefficient de pertes de charges linéaires λ dans la conduite :

$$V=\frac{Q}{S}=\frac{Q}{\pi\frac{D^2}{4}}=\frac{4\times 0,300}{\pi\times 0,55^2}=1,26\ \text{m.s}^{-1}$$

$$\left.\begin{array}{l}\mathrm{Re}=\dfrac{\rho VD}{\mu}=\dfrac{1000\times 1,26\times 0,55}{1,15\cdot 10^{-3}}=603908=6\cdot 10^5\\ \dfrac{\varepsilon}{D}=\dfrac{3}{550}=5,5\cdot 10^{-3}=0,0055\end{array}\right\}\Rightarrow \lambda=0,031\ \text{d'après le diagramme de}$$

Moody

Détermination des pertes de charges linéaires :

$$\frac{\lambda L}{D}=\frac{0,031\times 10}{0,55}=0,56$$

Détermination du coefficient de pertes de charges singulières total :

$$\sum k_{\text{sing}}=0,5+3\times 0,8+2+0,17+1=6,07$$

Détermination de la hauteur nette :

$$\mathrm{HMT}=H_g+\left(\frac{\lambda L}{D}+\sum k_{\text{sing}}\right)\times\frac{V^2}{2g}$$

$$\mathrm{HMT}=1+(0,56+6,07)\times\frac{1,26^2}{2\times 9,81}=1+6,63\times 0,08=1+0,54=1,54\ \text{m}$$

Débit : $Q=0,300\times 3600=1080\ \text{m}^3.\text{h}^{-1}$

Il faut choisir l'élévateur Elva 4450 - 7,4 W

EXERCICE 2

Correction version «courte»

$Q = 0{,}060 \times 3600 = 216 \text{ m}^3.\text{h}^{-1}$ et $HMT = h_g + \Delta h_s + \Delta h_l$

$$V = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{\pi \frac{D^2}{4}} = \frac{4 \times 0{,}06}{\pi \times 0{,}2^2} = 1{,}91 \text{ m.s}^{-1}$$

Détermination pertes de charge singulières :

$$\Delta h_s = \sum k_{\text{sing}} \times \frac{V^2}{2g}$$

$$= \left((2{,}1 + 4 \times 0{,}06 + 0{,}14) + (0{,}5 + 1{,}3 + 1{,}2 + 5{,}1 + 4{,}2 + 3 \times 0{,}14 + 10 \times 0{,}06)\right) \times \frac{1{,}91^2}{2 \times 9{,}81}$$

$$= 15{,}8 \times \frac{1{,}91^2}{2 \times 9{,}81} = 2{,}94 \text{ m}$$

Détermination pertes de charge linéaires :

$$\Delta h_l = \frac{\lambda (L_a + L_r)}{D} \times \frac{V^2}{2g}$$

On a besoin de connaitre λ : diagramme de Moody

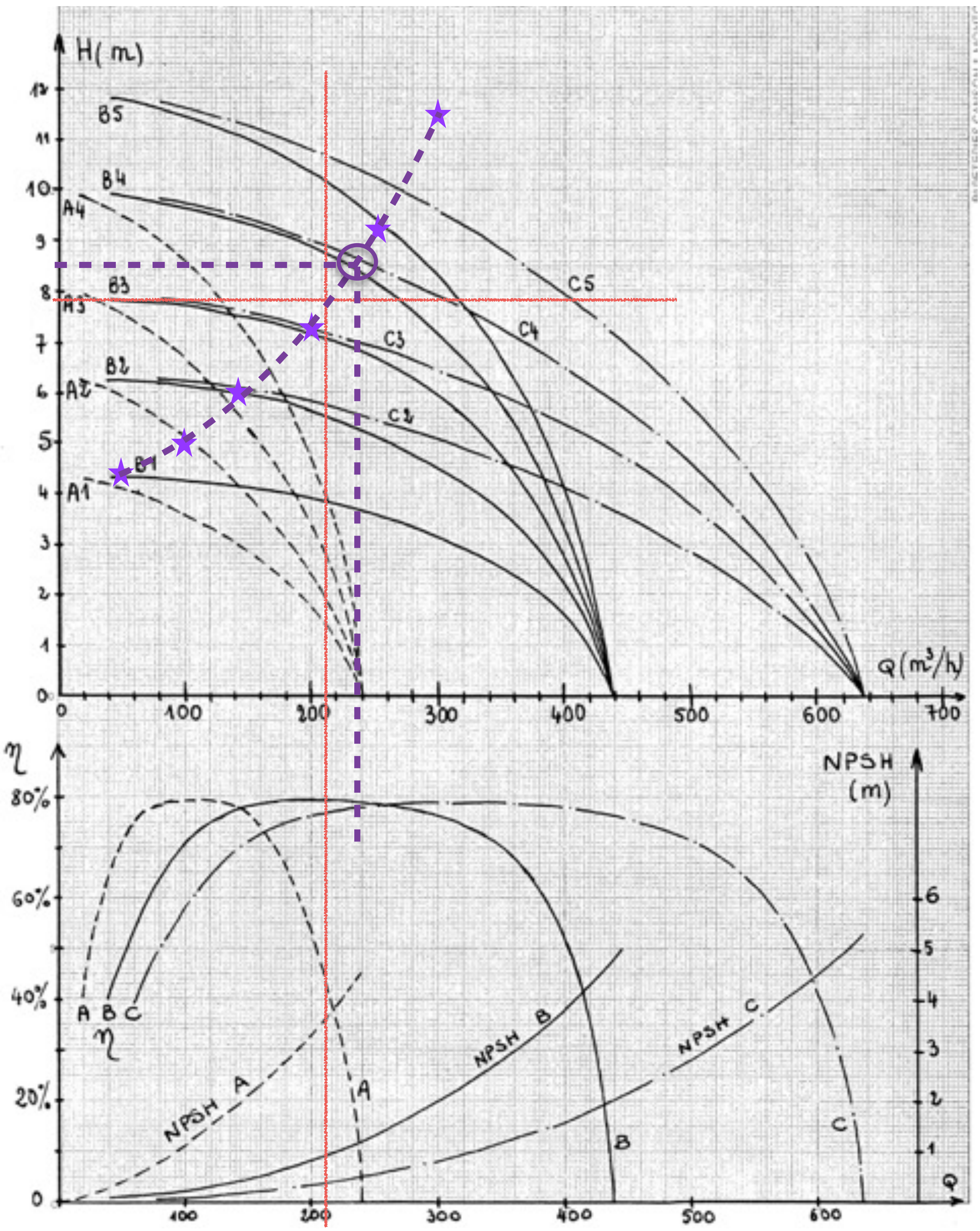
$$\left.\begin{array}{l} \text{Re} = \dfrac{\rho V D}{\mu} = \dfrac{1000 \times 1{,}91 \times 0{,}2}{1{,}32 \cdot 10^{-3}} = 289\,394 = 2{,}9 \cdot 10^5 \\ \dfrac{\varepsilon}{D} = \dfrac{0{,}1}{200} = 5 \cdot 10^{-4} = 0{,}0005 \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda = 0{,}018$$

$$\Delta h_l = \frac{\lambda (L_a + L_r)}{D} \times \frac{V^2}{2g} = \frac{0{,}018 \times (6{,}5 + 41)}{0{,}20} \times \frac{1{,}91^2}{2 \times 9{,}81}$$

$$= 0{,}79 \text{ m}$$

$$HMT = h_g + \Delta h_s + \Delta h_l = 4{,}2 + 0{,}79 + 2{,}94$$

$$= 7{,}9 \text{ m}$$


H(m)
B5
B4
A4
B3
A3
B2
A2
B1
A1
C5
C4
C3
C2
Q(m³/h)
NPSH
(m)
A B C
NPSH A
NPSH B
NPSH C
A
B
C
Q

Correction version complète

Détermination du coefficient de pertes de charges linéaires λ dans la conduite :

$$V=\frac{Q}{S}=\frac{Q}{\pi\frac{D^2}{4}}=\frac{4\times 0{,}06}{\pi\times 0{,}2^2}=1{,}91\ \text{m.s}^{-1}$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Re}=\dfrac{\rho VD}{\mu}=\dfrac{1000\times 1{,}91\times 0{,}2}{1{,}32\cdot 10^{-3}}=289\,394=2{,}9\cdot 10^5\\ \dfrac{\varepsilon}{D}=\dfrac{0{,}1}{200}=5\cdot 10^{-4}=0{,}0005\end{array}\right\}\Rightarrow \lambda=0{,}018 \text{ d'après le diagramme de}$$

Moody

Détermination des pertes de charges linéaires globales :

$$\frac{\lambda L}{D}=\frac{0{,}018\times(6{,}5+41)}{0{,}2}=4{,}275$$

Détermination du coefficient de pertes de charges singulières total :

$$\sum k_{\text{sing}}=(2{,}1+4\times 0{,}06+0{,}14)+(0{,}5+1{,}3+1{,}2+5{,}1+4{,}2+3\times 0{,}14+10\times 0{,}06)=15{,}8$$

Détermination de la hauteur nette :

$$\text{HMT}=H_g+\left(\frac{\lambda L}{D}+\sum k_{\text{sing}}\right)\times\frac{8}{\pi^2 gD^4}\times Q^2$$

$$\text{HMT}=4{,}2+(4{,}275+15{,}8)\times\frac{8}{\pi^2\times 9{,}81\times 0{,}2^4}\times Q^2$$

$$\text{HMT}=4{,}2+20{,}075\times 51{,}64\times Q^2=4{,}2+1036{,}7\times Q^2\quad \left(Q\text{ en m}^3\text{.s}^{-1}\right)$$

$$\text{HMT}=4{,}2+\left(\frac{1036{,}7}{3600^2}\right)\times Q^2$$

$$HMT=4{,}2+8\cdot 10^{-5}\times Q^2\quad \left(Q\text{ en m}^3\text{.h}^{-1}\right)$$

Détermination des pertes de charges linéaires à l'aspiration :

$$\frac{\lambda L}{D}=\frac{0{,}018\times 6{,}5}{0{,}2}=0{,}585$$

Détermination du coefficient de pertes de charges singulières à l'aspiration :

$$\sum k_{\text{sing}}=(2{,}1+4\times 0{,}06+0{,}14)=2{,}48$$

Détermination du NPSH :

$$\text{NPSH} = \left(10{,}33 - H_{ga}\right) - \left(\frac{\lambda L}{D} + \sum k_{\text{sing}}\right)_{aspiration} \times \frac{8}{\pi^2 g D^4} \times Q^2$$

$$\text{NPSH} = \left(10{,}33 - 1{,}2\right) - \left(0{,}585 + 2{,}48\right) \times \frac{8}{\pi^2 \times 9{,}81 \times 0{,}2^4} \times Q^2$$

$$\text{NPSH} = 9{,}13 - 3{,}065 \times 51{,}64 \times Q^2 = 9{,}13 - 158{,}28 \times Q^2 \quad \left(Q \text{ en m}^3.\text{s}^{-1}\right)$$

$$\text{NPSH} = 9{,}13 - \left(\frac{158{,}28}{3600^2}\right) \times Q^2$$

$$\text{NPSH} = 9{,}13 - 1{,}22 \cdot 10^{-5} \times Q^2 \quad \left(Q \text{ en m}^3.\text{h}^{-1}\right)$$

Tableau de valeurs :

Q (m^3/h)	**50**	**100**	**150**	**200**	**250**	**300**	**400**	**500**
HMT (m)	4,40	5,00	6,00	7,40	9,20	11,40	17,00	24,20
NPSH (m)	9,10	9,01	8,86	8,64	8,37	8,03	7,18	6,08

NPSH toujours supérieur aux valeurs requises (NPSH requis < 6 m) : il n'y a pas de risque de cavitation.

Choix

Q_{max} = 60 L.s^{-1} = $60.10^{-3} \times 3600 = 216 \text{ m}^3.\text{h}^{-1}$
On peut choisir la pompe B4 ou la pompe C4 : $Q_M \approx 220$ m³/h (= 220.10³/3600 = 61 L.s^{-1})
pour une $H_M \approx 8{,}5$ m : écart par rapport au débit max souhaité de $\dfrac{220-216}{216} \times 100 \approx 2\ \%$

Le rendement à Q_M et pour des débits plus faibles est meilleur pour les pompes B que pour les pompes C (adaptées à des débits plus forts) : on choisit la pompe B4 avec un rendement $\eta_M = 79$ %.

Rendement global : $\eta_G = \eta_m \cdot \eta \cdot \dfrac{H_g}{H_M} = 0{,}81 \times 0{,}79 \times \dfrac{4{,}2}{8{,}5} \times 100 = 32\ \%$

Puissance absorbée : $P_a = \dfrac{P_u}{\eta} = \dfrac{\rho g Q_M H_M}{\eta} = \dfrac{1 \times 9{,}81 \times 61 \times 8{,}5}{0{,}79} = 6439 \text{ W} = 6{,}5 \text{ kW}$

Cout consommation électrique journalière :

$$C = P_c \times \Delta t \times C\left(1 \text{ kWh}\right) = \frac{P_a}{\eta_m} \times 24 \times C\left(1 \text{ kWh}\right) = \frac{6{,}5}{0{,}81} \times 24 \times 0{,}1263 = 24{,}32 \ \text{€ / jour}$$

EXERCICE 3

Correction version «courte»

$Q = 0{,}020 \times 3600 = 72\ \text{m}^3.\text{h}^{-1}$ et $HMT = h_g + \Delta h_s + \Delta h_l$

$$V = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{\pi \frac{D^2}{4}} = \frac{4 \times 0{,}02}{\pi \times 0{,}1^2} = 2{,}55\ \text{m.s}^{-1}$$

Détermination pertes de charge singulières :

$$\Delta h_s = \sum k_{\text{sing}} \times \frac{V^2}{2g}$$
$$= (4{,}5 + 18) \times \frac{2{,}55^2}{2 \times 9{,}81}$$
$$= 7{,}46\ \text{m}$$

Détermination pertes de charge linéaires :

$$\Delta h_l = \frac{\lambda (L_a + L_r)}{D} \times \frac{V^2}{2g}$$

On a besoin de connaitre λ : diagramme de Moody

$$\left.\begin{aligned} &\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{1000 \times 2{,}55 \times 0{,}1}{1{,}5 \cdot 10^{-3}} = 170\,000 = 1{,}7 \cdot 10^5 \\ &\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0{,}01}{100} = 1 \cdot 10^{-4} = 0{,}0001 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \lambda = 0{,}017$$

$$\Delta h_l = \frac{\lambda (L_a + L_r)}{D} \times \frac{V^2}{2g} = \frac{0{,}017 \times (8 + 18)}{0{,}10} \times \frac{2{,}55^2}{2 \times 9{,}81}$$
$$= 1{,}46\ \text{m}$$

La pompe compense les pertes de charge :

$$HMT = h_g + \Delta h_s + \Delta h_l = 0 + 7{,}46 + 1{,}46 = 8{,}9\ \text{m}$$

Risque de cavitation à l'aspiration :

$$H_a = \left(\lambda \frac{L_a}{D} + k_a \right) \times \frac{V^2}{2 \times g} + h_a = \left(0{,}017 \times \frac{8}{0{,}10} + 4{,}5 \right) \times \frac{2{,}55^2}{2 \times 9{,}81} + 1{,}3 = 3{,}24\ \text{m}$$

$NPSH_{\text{disp}} = 10{,}33 - H_a = 10{,}33 - 3{,}24 = 7{,}1\ \text{m} >> NPSH_{\text{requis}}$: pas de risque de cavitation pour les pompes Q ou R.

Correction version complète

Détermination du coefficient de pertes de charges linéaires λ dans la conduite :

$$V = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{\pi \frac{D^2}{4}} = \frac{4 \times 0{,}02}{\pi \times 0{,}1^2} = 2{,}55 \text{ m.s}^{-1}$$

$$\left.\begin{array}{l} \mathrm{Re} = \dfrac{\rho V D}{\mu} = \dfrac{1000 \times 2{,}55 \times 0{,}1}{1{,}5 \cdot 10^{-3}} = 170\,000 = 1{,}7 \cdot 10^5 \\ \dfrac{\varepsilon}{D} = \dfrac{0{,}01}{100} = 1 \cdot 10^{-4} = 0{,}0001 \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda = 0{,}017 \text{ d'après le diagramme de}$$

Moody

Détermination des pertes de charges linéaires globales :

$$\frac{\lambda L}{D} = \frac{0{,}017 \times (8 + 23)}{0{,}1} = 5{,}27$$

Détermination du coefficient de pertes de charges singulières total :

$$\sum k_{\text{sing}} = 4{,}5 + 18 = 22{,}5$$

Détermination de la hauteur nette :

Le réservoir d'arrivée étant le même que le réservoir de départ, la hauteur géométrique totale est nulle, et il n'y a pas de surpression d'un réservoir par rapport à l'autre : $H_g = 0$ m.

$$\mathrm{HMT} = H_g + \left(\frac{\lambda L}{D} + \sum k_{\text{sing}} \right) \times \frac{8}{\pi^2 g D^4} \times Q^2$$

$$\mathrm{HMT} = 0 + (5{,}27 + 22{,}5) \times \frac{8}{\pi^2 \times 9{,}81 \times 0{,}1^4} \times Q^2 = 0 + 27{,}77 \times 826{,}27 \times Q^2$$

$$\mathrm{HMT} = 0 + 22945{,}5 \times Q^2 \quad \left(Q \text{ en m}^3.\text{s}^{-1} \right)$$

$$\mathrm{HMT} = 0 + \left(\frac{22945{,}5}{3600^2} \right) \times Q^2$$

$$HMT = 1{,}77 \cdot 10^{-3} \times Q^2 \quad \left(Q \text{ en m}^3.\text{h}^{-1} \right)$$

Détermination des pertes de charges linéaires à l'aspiration :

$$\frac{\lambda L}{D} = \frac{0{,}017 \times 8}{0{,}1} = 1{,}36$$

Détermination du coefficient de pertes de charges singulières à l'aspiration :

$$\sum k_{\text{sing}} = 4{,}5$$

Détermination du NPSH :

$$\text{NPSH} = \left(10{,}33 - H_{ga}\right) - \left(\frac{\lambda L}{D} + \sum k_{\text{sing}}\right)_{aspiration} \times \frac{8}{\pi^2 g D^4} \times Q^2$$

$$\text{NPSH} = (10{,}33 - 1{,}3) - (1{,}36 + 4{,}5) \times \frac{8}{\pi^2 \times 9{,}81 \times 0{,}1^4} \times Q^2$$

$$\text{NPSH} = 9{,}03 - 5{,}86 \times 826{,}27 \times Q^2 = 9{,}03 - 4842 \times Q^2 \quad \left(Q \text{ en m}^3.\text{s}^{-1}\right)$$

$$\text{NPSH} = 9{,}03 - \left(\frac{158{,}28}{3600^2}\right) \times Q^2$$

$$\text{NPSH} = 9{,}03 - 3{,}74 \cdot 10^{-4} \times Q^2 \quad \left(Q \text{ en m}^3.\text{h}^{-1}\right)$$

Tableau de valeurs :

Q (m^3/h)	**10**	**30**	**50**	**70**	**90**	**110**
HMT (m)	0,18	1,59	4,43	8,67	14,34	21,42
NPSH (m)	8,99	8,69	8,10	7,20	6,00	4,50

La courbe du NPSH ne peut être tracée car elle reste au-dessus du diagramme : il n'y a donc pas de risque de cavitation, le NPSH disponible étant supérieur au NPSH requis.

Choix :

Au-dessus de la valeur du débit souhaité (Q = 20 L.s^{-1} = $20.10^{-3} \times 3600 = 72 \text{ m}^3.\text{h}^{-1}$), la courbe C'$_1$ coupe les courbes des pompes Q4 et R2 pour $Q_M \approx 73$ m^3/h ≈ 20 L/s.

Pour ces deux pompes le rendement est proche de la valeur maximale : elles conviennent toutes les deux.

Si la pompe cherchée devait travailler souvent à des débits plus faibles, on aurait intérêt à choisir Q4, car on peut diminuer son débit jusqu'à 18 m^3/h sans diminuer le rendement dessous de 70 %, alors que le rendement de R2 diminue plus rapidement. Inversement, si le débit était appelé à augmenter, il vaudrait mieux choisir la pompe R2.
Cependant, ici la pompe doit travailler toujours au même débit, donc cet argument ne joue pas.

En l'absence d'autre critère de choix, on préfèrera la pompe Q4 qui, plus petite que l'autre, est vraisemblablement moins chère (à vérifier !)

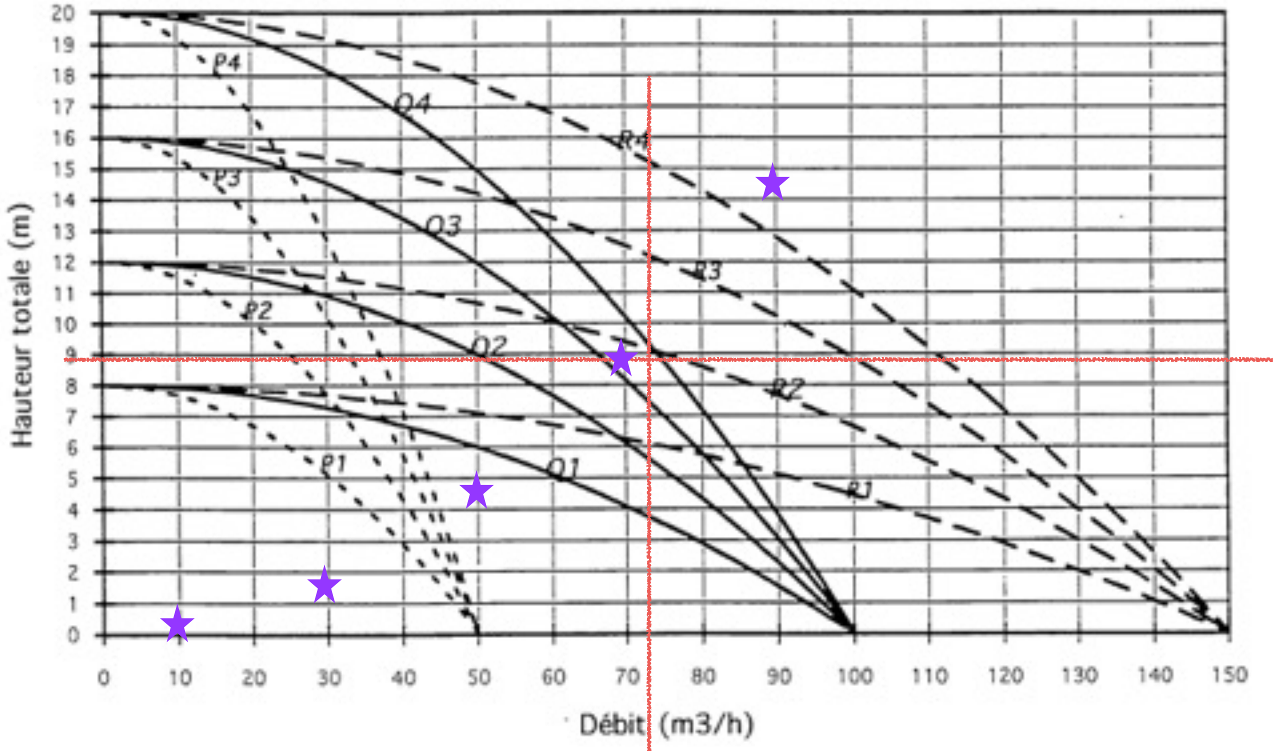
Conditions de fonctionnement :

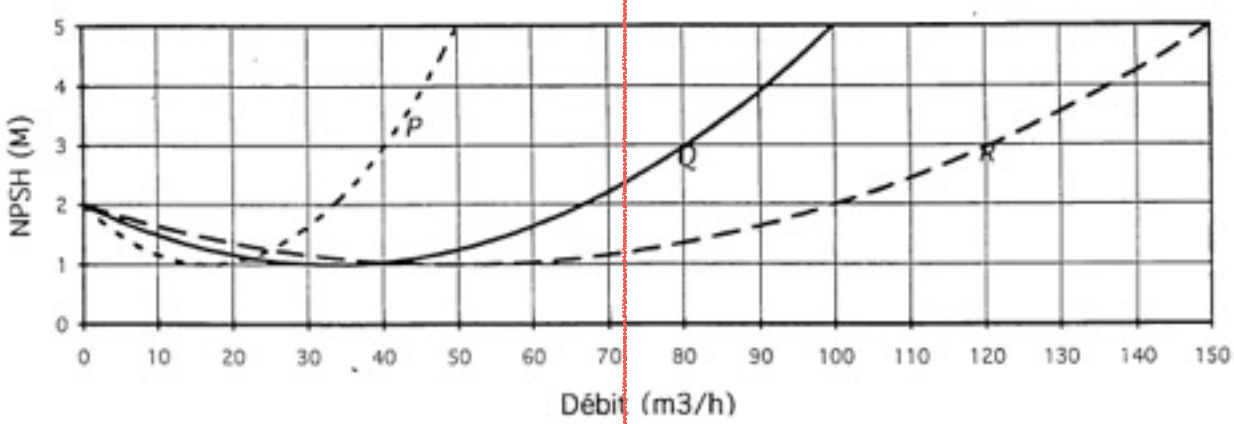
$Q_M \approx 73$ m^3/h et $H_M \approx 9{,}4$ m. $\eta_M = 81$ %

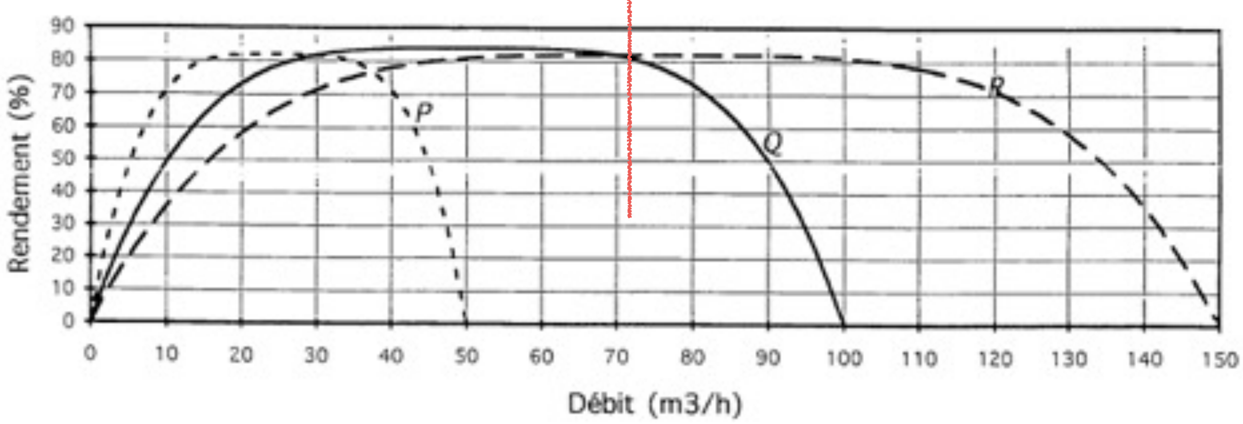
Puissance électrique consommée :

$$P_c = \frac{P_u}{\eta \cdot \eta_M} = \frac{\rho g Q_M H_M}{\eta \cdot \eta_M} = \frac{1 \times 9{,}81 \times 20 \times 9{,}4}{0{,}81 \times 0{,}88} = 2588 \text{ W} = 2{,}6 \text{ kW}$$

Energie électrique consommée par an : $W_e = P_c \times \Delta t = 2{,}6 \times 24 \times 365 = 22\,665 \text{ kWh}$


Hauteur totale (m)
Débit (m3/h)
P4
Q4
R4
P3
Q3
R3
P2
Q2
R2
P1
Q1
R1
0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 140 150
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20


NPSH (M)
Débit (m3/h)
P
Q
R
0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 140 150
0 1 2 3 4 5


Rendement (%)
Débit (m3/h)
P
Q
R
0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 140 150
0 10 20 30 40 50 60 70 80 90