

## 1. ECOULEMENTS

### 11. TYPES D'ECOULEMENTS

► Un écoulement est **permanent** lorsque les différents paramètres qui le caractérisent, en un point quelconque, restent (quasi) constants au cours du temps.

Dans le cas contraire il est **transitoire** (débit fonction du temps).

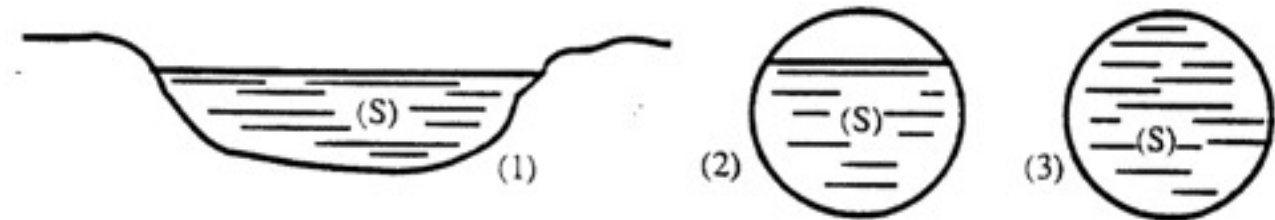
Si les caractéristiques géométriques du chenal sont constantes (section mouillée  $S$ , pente  $i$  et rugosité des parois  $\epsilon$ ) l'écoulement est **uniforme**.

Dans le cas contraire il est dit **varié**.

► Un liquide peut circuler :

- dans un canal à ciel ouvert (1) ou dans une conduite fermée, sans occuper toute la section (2) : **écoulement à surface libre** (paragraphe 3 page 9)

- dans une conduite en occupant toute la section (3) : **écoulement en charge**. (paragraphe 2 page 4)



► Le liquide perd de l'énergie en raison du frottement sur les parois (rugosité de la paroi et singularités : coudes, vannes, obstacles...) et entre les particules du liquide (viscosité) :

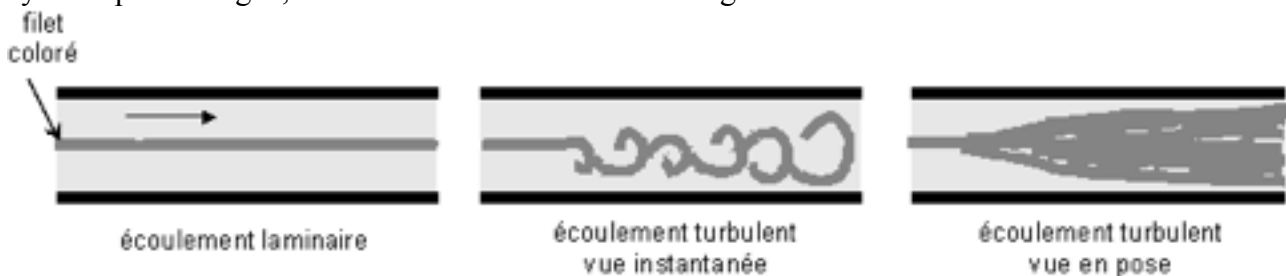
- Si cette perte est faible par rapport à l'énergie totale du liquide, on pourra la considérer comme nulle : **écoulement sans pertes de charge**.

- Si on ne peut la négliger : **écoulement avec pertes de charge**.

► L'écoulement peut se faire **avec apport d'énergie** par l'intermédiaire des pompes.

► **Ecoulements laminaires et turbulents**

Les expériences réalisées par Reynolds (1883) lors de l'écoulement d'un fluide dans une conduite cylindrique rectiligne, ont montré l'existence de deux régimes d'écoulement : laminaire et turbulent.



Les écoulements naturels ne sont jamais laminaires.

## 12. PARAMETRES DE L'ÉCOULEMENT

### 121. Rayon et diamètre hydrauliques

**Section mouillée S** (m<sup>2</sup>) : aire de la section occupée par le liquide en écoulement.

**Périmètre mouillé P** (m) : longueur du contour de la section mouillée où celle-ci est en contact avec les parois solides de la conduite ou du canal.

**Rayon hydraulique R<sub>H</sub>** (m) : rapport entre la section mouillée et le périmètre mouillé :  $R_H = \frac{S}{P}$

**Diamètre hydraulique D<sub>H</sub>** (m) :  $D_H = 4 \times R_H$

Cas du tuyau cylindrique de diamètre géométrique D en charge :

$$D_H = D ; S = \pi \frac{D^2}{4} \text{ et } P = \pi D \text{ (cf exercice 1)}$$

### 122. Débit et vitesse moyenne

**Débit volumique Q<sub>v</sub>** (m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup>) : volume de liquide Vol (m<sup>3</sup>) traversant une section mouillée S pendant l'unité de temps (s) :  $Q_v = \frac{Vol}{\Delta t}$

La détermination de la vitesse des particules dans un écoulement relève de l'expérience.

On appelle **vitesse moyenne V** d'un écoulement la vitesse qu'auraient les particules de fluide si elles donnaient le débit volumique considéré en ayant toutes la même vitesse v :  $Q_v = V \times S$

Cas du tuyau cylindrique de diamètre géométrique D en charge :

$$Q_v = V \times S = V \times \frac{\pi D^2}{4} \Rightarrow V = \frac{4 \cdot Q_v}{\pi D^2}$$

**Equation de continuité**, en régime permanent pour un liquide incompressible :  $Q_v = \text{cste}$ .

**Débit massique Q<sub>m</sub>** (kg.s<sup>-1</sup>) : masse de liquide m (kg) traversant une section mouillée S pendant

l'unité de temps (s) :  $Q_m = \frac{m}{\Delta t} = \rho \times Q_v = \rho \cdot V \cdot S$  avec  $\rho = \frac{m}{Vol}$  (kg.m<sup>-3</sup>) la masse volumique du

liquide.  $\rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$

### 123. Viscosité

Elle permet de calculer les pertes liées aux frottements entre les particules du liquide et avec les parois.

**Viscosité dynamique du liquide μ** (Pa.s) : caractéristique du fluide qui ne dépend que de sa température.

Elle mesure les frictions internes d'un fluide (cisaillement), qui apparaissent lorsqu'une tranche de fluide doit se déplacer par rapport à une autre tranche.

**Viscosité cinématique ν** (m<sup>2</sup>.s<sup>-1</sup>) : utilisée couramment ; elle ne dépend également que de la

température.  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$  (avec ρ (kg.m<sup>-3</sup>) la masse volumique du liquide)

Elle caractérise l'écoulement du fluide lui-même.

## 124. Nombre de Reynolds

Ce nombre sans dimension permet de caractériser les différents types d'écoulement.

Soit un écoulement en conduite ou canal de vitesse moyenne  $V$  ( $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ), diamètre hydraulique  $D$  (m), viscosité cinématique  $\nu$  ( $\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$ ) ou viscosité dynamique  $\mu$  (Pa.s) et masse volumique  $\rho$  ( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ) :

$$\text{Re} = \frac{V \cdot D}{\nu} = \frac{\rho \cdot V \cdot D}{\mu}$$

L'expérience montre que :

si  $\text{Re} < 2000$  le régime est laminaire  
si  $2000 < \text{Re} < 3000$  le régime est intermédiaire  
**si  $\text{Re} > 3000$  le régime est turbulent**

Ces valeurs doivent être considérées comme des ordres de grandeur, le passage d'un type d'écoulement à un autre se faisant progressivement.

## 125. Rugosités

La paroi d'une canalisation est caractérisée par :

- sa rugosité absolue  $\varepsilon$  (m) : épaisseur moyenne des aspérités
- sa rugosité relative  $\varepsilon/D$

## 2. ECOULEMENTS EN CHARGE

### 21. CHARGE

Ecoulements **permanents** : en un point donné, V (vitesse), Q (débit) et p (pression) sont constants

**Charge** : énergie exprimée par unité de poids du liquide, en hauteur de liquide (m Colonne Eau).

**Pertes de charge** : perte d'énergie liée à la viscosité du fluide et aux singularités du circuit.

	E énergie (J)	u charge (mCE) = énergie / poids
<b>altitude z (m)</b>	$E_{pp} = mgz$	$u_z = \frac{E_{pp}}{mg} = \frac{mgz}{mg} = z$
<b>vitesse V (m.s<sup>-1</sup>)</b>	$E_c = \frac{1}{2}mV^2$	$u_c = \frac{E_c}{mg} = \frac{1}{2} \frac{mV^2}{mg} = \frac{V^2}{2g}$
<b>pression p (Pa)</b>	$E_{pression} = p \times Vol$	hauteur manométrique : $u_p = \frac{E_{pression}}{mg} = \frac{p \cdot Vol}{\rho \cdot Vol \cdot g} = \frac{p}{\rho g}$

**Charge totale** d'une particule fluide (ou hauteur totale  $H_T$ ) = énergie totale :

$$u = H_T = z + \frac{V^2}{2g} + \frac{p}{\rho g}$$

### 22. THEOREME DE BERNOULLI

#### 221. Ecoulement sans échange d'énergie = conservation de la charge

Dans un écoulement **permanent**, pour un **fluide parfait** (non visqueux) et incompressible, la **charge totale est constante** (l'énergie totale se conserve = il n'y a pas de perte d'énergie par frottements) s'il

n'y a pas échange d'énergie, ni pompe ni turbine.

Soit, pour un écoulement du point 1 vers le point 2 d'une ligne de courant :

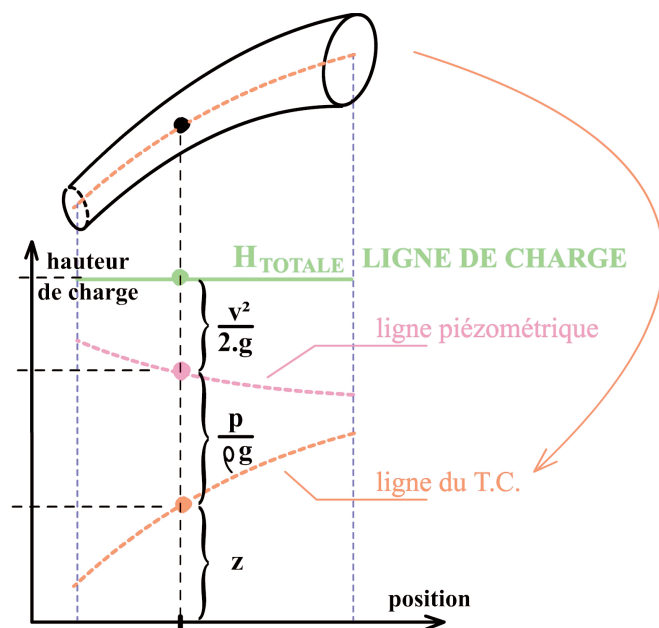
$$\Delta u = u_2 - u_1 = 0$$

ou bien :

$$z_1 + \frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} = z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g}$$

Le bilan en hauteurs permet la construction d'un diagramme,

**le diagramme piézométrique :**



## 222. Écoulement avec échange d'énergie = variation de charge

Si des **forces de frottement** interviennent ( $P_f$  puissance dissipée  $< 0$ ) ou lorsque le fluide traverse une **machine hydraulique** (pompe  $P_G > 0$  ou turbine  $P_R < 0$ ) il y a échange d'énergie avec l'extérieur : la variation de charge totale entre deux points, de 1 vers 2, est égale à la charge échangée avec l'extérieur :

$$\left( z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} \right) - \left( z_1 + \frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} \right) = \frac{P}{\rho g Q_v} = \frac{P_f + P_R + P_G}{\rho g Q_v}$$

avec  $P$  puissance totale échangée et  $Q_v$  débit volumique.

- Frottements (calculs paragraphe 23) : **pertes de charge**,  $\Delta h$ .
- Pompe de puissance utile  $P_u$  (dimensionnement chapitre 3) : on appelle **hauteur nette** ou **hauteur manométrique totale** la grandeur  $H$  ou  $HMT$  (mCE)

$$HMT = \frac{P_u}{\rho g Q_v}$$

Si  $HMT > 0$  : pompe (générateur d'énergie)

Si  $HMT < 0$  : turbine (récepteur)

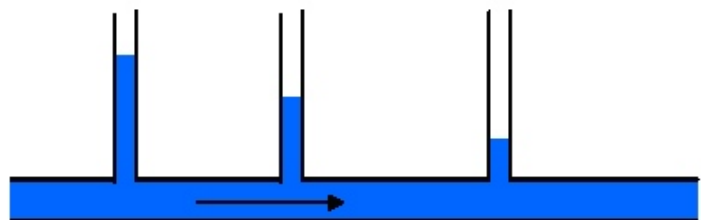
**Théorème de Bernoulli généralisé pour un fluide se déplaçant du point 1 vers le point 2 :**

$$u_2 - u_1 = HMT - \Delta h$$

ou bien :  $(z_2 - z_1) + \frac{1}{2g}(V_2^2 - V_1^2) + \frac{1}{\rho g}(p_2 - p_1) = HMT - \Delta h$

## 23. PERTES DE CHARGE DANS LES CONDUITES $\Delta h$

Si on mesure la charge dans un circuit hydraulique en charge, on constate qu'elle décroît le long du circuit : il y a des **pertes d'énergie** (ou **pertes de charge**) qui sont dues aux frottements internes au fluide (viscosité) et externes (paroi, singularités) ; cette énergie est dissipée sous forme de chaleur.



La différence de pression  $\Delta p = p_2 - p_1$  du point 1 au point 2 d'un circuit hydraulique a pour origine :

- Les frottements du fluide sur la paroi interne de la tuyauterie ; on les appelle **pertes de charge linéaires, régulières ou systématiques**.
- La résistance à l'écoulement provoquée par les accidents de parcours (coudes, élargissements ou rétrécissement de la section, organes de réglage, etc...) ; ce sont les **pertes de charge accidentelles ou singulières**.

Le problème du calcul de ces pertes de charge met en présence les principales grandeurs suivantes :

**Le fluide caractérisé par :**

- sa masse volumique  $\rho$  ( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ).
- sa viscosité cinématique  $\nu$  ( $\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$ ) ou sa viscosité dynamique  $\mu$  (Pa.s).  $\mu = \nu\rho$

Un tuyau caractérisée par :

- sa section  $S$  (forme et dimension) en général circulaire (diamètre  $D$ ) :  $S = \frac{\pi D^2}{4}$  ( $\text{m}^2$ ).
- sa longueur  $L$  (m).
- sa rugosité  $\varepsilon$  (m) : hauteur moyenne des aspérités de la paroi.

Ces éléments sont liés par des grandeurs comme la **vitesse moyenne d'écoulement**  $V$  ou le **débit**  $Q$

et le **nombre de Reynolds**  $\text{Re} = \frac{VD}{\nu} = \frac{\rho VD}{\mu}$ .

### 231. Pertes de charges accidentelles ou pertes de charges singulières

Ainsi que les expériences le montrent, dans beaucoup de cas, les pertes de charge sont à peu près proportionnelles au carré de la vitesse  $V$  et donc on a adopté la forme suivante d'expression :

Pertes de charge singulières en mètre de colonne d'eau (mCE) :

$$\Delta h_s = k \frac{V^2}{2g}$$

$k$  est appelé **coefficient de perte de charge singulière** (sans dimension). Il ne dépend que de la nature de l'obstacle. Pour plusieurs obstacles successifs, on calcule la somme des  $k$  correspondants. La détermination de ce coefficient est principalement du domaine de l'expérience. On peut le trouver dans des tables, ou convertir ces pertes de charges en longueur équivalente de conduite grâce à des abaques de conversion.

### 232. Pertes de charges linéaires (régulières ou systématiques)

Ce genre de perte est causé par le frottement intérieur qui se produit dans les liquides ; Il se rencontre dans les tuyaux lisses aussi bien que dans les tuyaux rugueux.

Entre deux points séparés par une longueur  $L$ , dans un tuyau de diamètre  $D$  apparaît une perte de pression  $\Delta p$ , exprimée sous les formes suivantes :

Pertes de charge linéaires en mètre de colonne d'eau (mCE) :

$$\Delta h_l = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g}$$

$\lambda$  est un coefficient sans dimension appelé **coefficient de pertes de charge linéaires (friction factor)**. En cas de plusieurs tronçons de même diamètre on additionne les longueurs.

Le calcul des pertes de charge repose entièrement sur la détermination de ce coefficient  $\lambda$ . On peut le calculer à l'aide de formules empiriques, ou bien utiliser le **diagramme de Moody** qui représente la variation de  $\lambda$  en fonction de  $\text{Re}$  pour les différentes valeurs de la rugosité relative  $\varepsilon/D$ .

L'objectif est d'obtenir des ordres de grandeur corrects des pertes de charge : il est bien entendu que des calculs très précis sont inutiles, car les installations sont toujours dimensionnées avec un coefficient de sécurité permettant une adaptation à des fonctionnements imprévus.

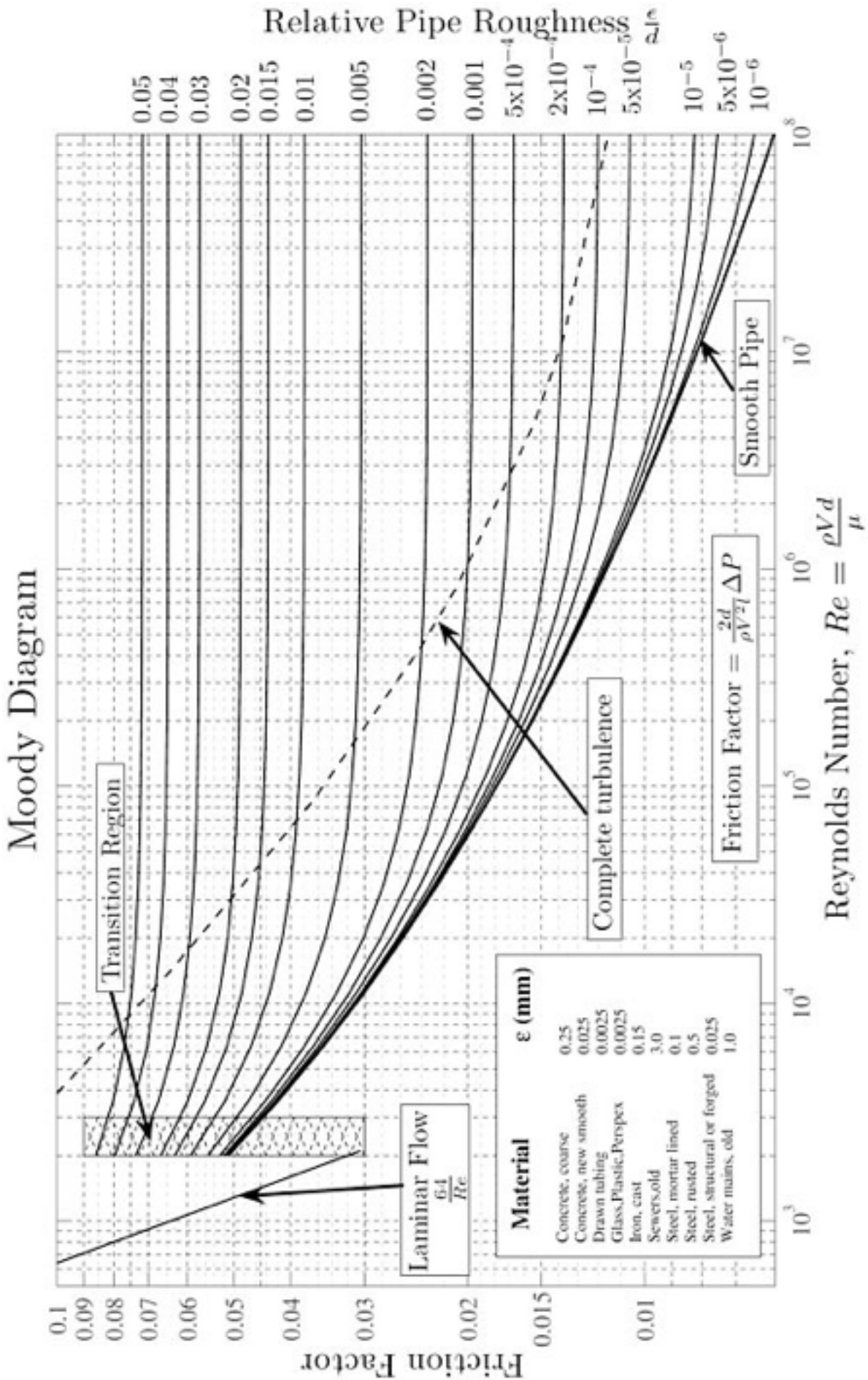
**En conclusion**, pour diminuer l'ensemble des pertes de charge dans une canalisation, afin de diminuer les coûts de fonctionnement dus aux pompes, il faut :

- diminuer la longueur de canalisation
- diminuer le nombre d'accidents sur la canalisation
- diminuer le débit de circulation
- augmenter le diamètre des canalisations
- faire circuler des liquides le moins visqueux possible
- utiliser des matériaux de faible rugosité

Il est néanmoins évident que le procédé de fabrication impose parfois des contraintes d'ordre supérieur (viscosité élevée des produits utilisés, débits forts imposés...).

**Pour résumer, les pertes de charges totales valent :**

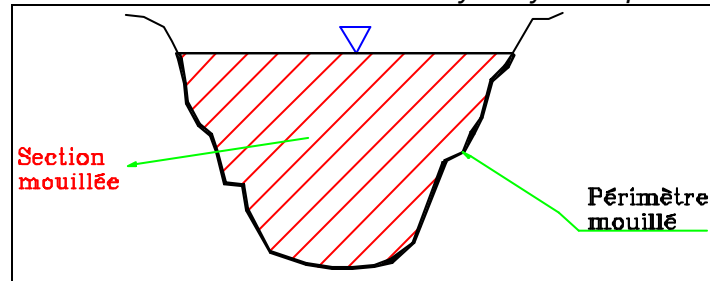
$$\Delta h = \left( \sum k + \lambda \cdot \frac{L}{D} \right) \times \frac{V^2}{2g}$$





### 3. ECOULEMENTS A SURFACE LIBRE

On ne s'intéressera ici qu'aux **écoulements permanents uniformes à surface libre** : à géométrie, pente et nature des parois inchangées, et lorsque le tirant d'eau y garde une valeur constante (canaux de grande longueur, à section et pente constantes).



Le liquide en écoulement a une partie en contact avec l'air à pression atmosphérique.

L'écoulement est alors dû aux forces de gravité et à la pente du fond (et non aux différences de charge entre les extrémités).

#### 31. EQUATIONS DE CONTINUITÉ

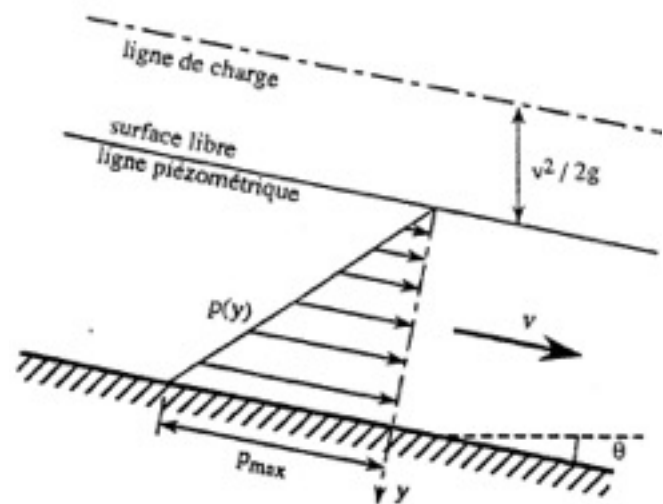
En écoulement permanent, le débit  $Q$  reste constant.

En écoulement permanent uniforme, la section mouillée  $S$  et la vitesse moyenne  $V$  sont constantes.

En écoulement uniforme la ligne de charge, le surface libre et le fond sont parallèles.

La ligne de charge étant parallèle au fond de pente  $\theta$ , les pertes de charges sont compensées par la pente du canal.

Dans la plupart des cas,  $\theta$  est assez petit pour avoir la perte de charge par unité de longueur égale à la pente du fond :  $j = \sin \theta = \tan \theta = \theta$  (en rad)



#### 32. VITESSES ET DEBITS

La formule de Manning-Strickler permet de déterminer la vitesse ou le débit d'un écoulement à surface libre :  $V = K \cdot R_H^{2/3} \cdot j^{1/2}$  ou  $Q = K \cdot S \cdot R_H^{2/3} \cdot j^{1/2}$

avec :

- $V$  vitesse moyenne dans la section ( $m \cdot s^{-1}$ )
- $Q$  débit dans la section ( $m^3 \cdot s^{-1}$ )
- $S$  section mouillée ( $m^2$ )
- $R_H$  rayon hydraulique (m)
- $j$  pente du fond
- $K$  coefficient de rugosité (ou de Strickler) du fond ( $m^{1/3} \cdot s^{-1}$ )

Nature de la surface de l'écoulement	K coefficient de Strickler
<b>Canaux artificiels, galeries ou conduites à surface lisse</b>	
<b>Surface très lisses et sans saillies</b> (verre neuf et net; pyroline - cuivre)	<b>100 à 110</b>
<b>Surfaces lisses, sans saillies</b> (bois net raboté; métal soudé non peint; ciment mortier ou béton bien lissé, bien soigné et sans débris; surfaces très lisses avec courbures moyennes)	<b>80 à 90</b>
<b>Surfaces avec légères aspérités</b> (acier riveté ou peint; fer forgé ou coulé; bois non raboté; ciment et mortier; béton coffré avec de l'acier ou du bois lisse sans débris et pas de courbures; canaux en béton très lisse avec joints; tuyau de drainage ordinaire; égout vitrifié sans saillie; brique vernissée, grès; asphalte lisse; moellons dressés avec joints cimentés; surfaces lisses ou très lisses avec fortes courbures)	<b>70 à 80</b>
<b>Surfaces avec aspérités moyennes</b> (métal incrusté; métal riveté avec rivets grossiers; canaux en métal avec larges saillies vers l'intérieur; bois très grossier (madriers); béton avec bord lisse et fond rugueux; petit canal en béton, assez droit et régulier dont la surface est recouverte d'un léger dépôt; bois ou béton avec développement d'algues et de mousses; égouts avec regards; drains enterrés avec joint ouvert; terre particulièrement régulière; canaux avec plafond en sable fin (surfaces non ridées); surfaces lisses avec courbes excessives)	<b>65</b>
<b>Surfaces rugueuses</b> (métal très incrusté; béton coulé non lissé; béton coulé aux coffrages en bois rugueux; béton très rugueux ou vieux; maçonnerie vieille ou mal soignée; canaux en maçonnerie moyenne avec joints nombreux ou nombreuses courbes; bois ou béton avec développement dense d'algues ou de mousse; canaux en terre très régulière, état neuf, bon alignement; sable moyen; pierres dressées, joints cimentés)	<b>55 à 60</b>
<b>Surfaces très rugueuses</b> (canaux en métal avec très fortes saillies vers l'intérieur ou fortes courbures, ou développement de végétation importante ou débris accumulés; canaux en béton avec maçonnerie en très mauvais état ou très grossière; canaux très larges en gravier fin plus sable ou en terre régulière meuble, sans développement de végétation; radiers pavés; moellons bruts assemblés au ciment)	<b>50</b>
<b>Surfaces à rugosité très importante</b> (lit en gravier fin; canaux avec dépôts ou végétation; canaux en terre moyenne, dimensions modérées; moellons bruts grossièrement assemblés au ciment)	<b>45</b>
<b>Surfaces assez grossières</b> (aqueducs métalliques à section semi-circulaire en tôle plissée; terre en mauvais état; gravier moyen; canaux en terre de petites dimensions ou plus larges avec développement de végétation ou gros galets; fossés en bon état; canaux en terre sinueux sans végétation; blocage cimenté; béton sur roche régulièrement excavée)	<b>40</b>
<b>Surfaces grossières</b> (excavation rocheuse très régulière; gros graviers; pierre sèche; canaux en terre, dragués, sans végétation ou enherbés; chenaux d'évacuation de crue, larges et entretenus; béton sur roche irrégulièrement excavée; canaux et fossés avec nombreuses pierres lisses; canaux et fossés avec pierres rugueuses au fond et végétation sur les bords)	<b>35</b>
<b>Surfaces très grossières</b> (excavations rocheuses uniformes; canaux avec développements considérable de végétation; chenaux d'évacuation de crues, larges, mais peu entretenus; blocage sec; canaux en terre sinueux avec mauvaises herbes plus ou moins denses ou plantes aquatiques; canaux en terre sinueux avec fond en terre et berges en blocage au fond pierreux ou recouvertes de mauvaises herbes)	<b>30</b>
<b>Surfaces excessivement grossières</b> (excavations rocheuses irrégulières; canaux en terre en très mauvais état, très sinueux avec pierres rugueuses et végétation importante; lits majeurs d'évacuation de crue dégagés, mais entretenus de façon discontinue)	<b>25</b>
<b>Divers</b>	
canaux non entretenus, mauvaises herbes et broussailles coupées	<b>20</b>
canaux en excavation avec broussailles; fond net, broussailles sur les berges	<b>20</b>
fond net, broussailles sur les berges avec niveau d'écoulement maximum sans débordement	<b>15</b>
	<b>12</b>
canaux avec mauvaises herbes denses aussi hautes que la hauteur de l'écoulement	<b>10</b>
broussailles très denses, niveau d'eau élevé	