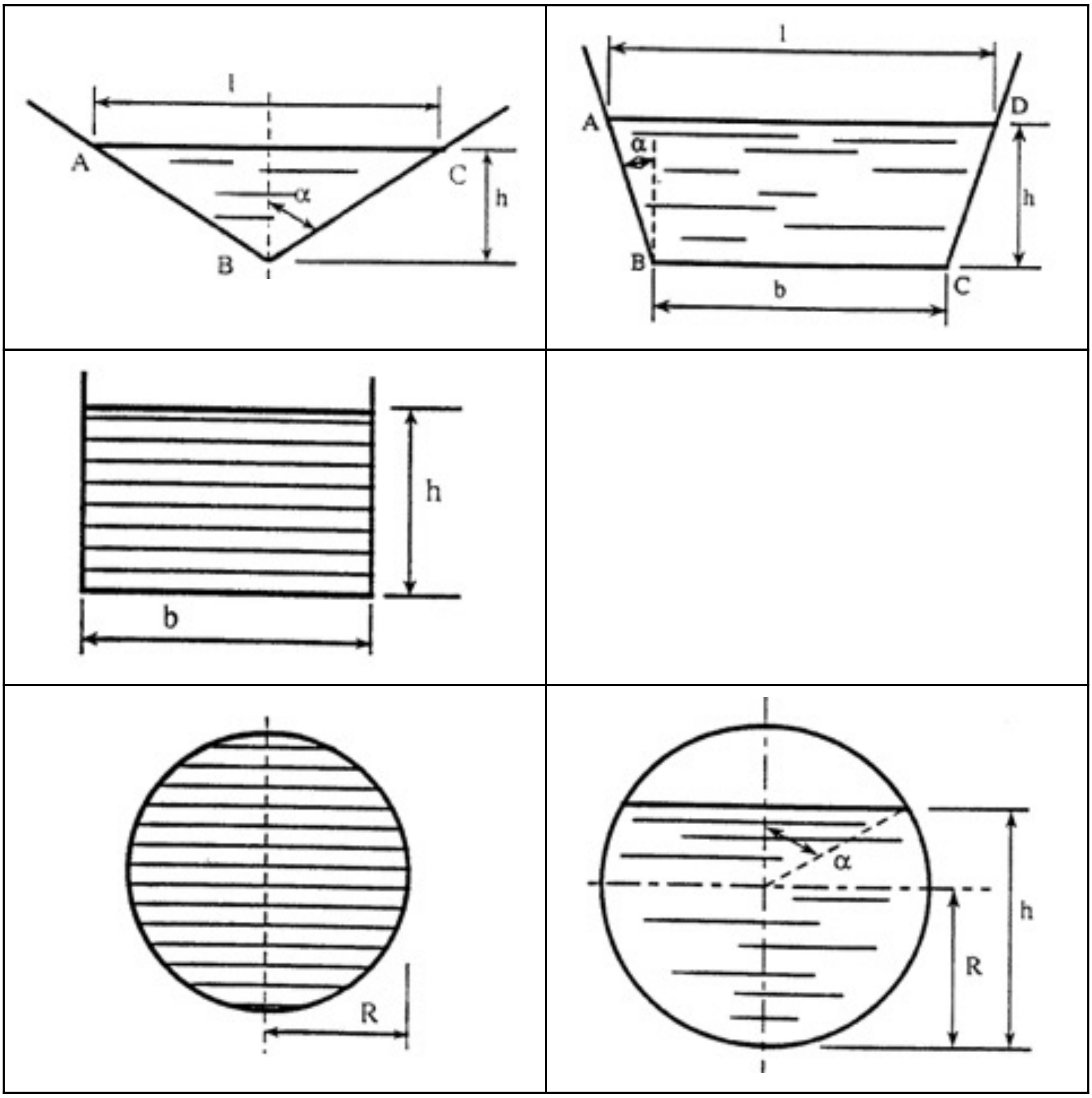
1. ECOULEMENTS

EXERCICE 1

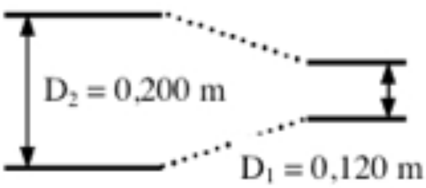
Calculer R_H et D_H dans les situations suivantes :



EXERCICE 2

Un liquide s'écoule dans une conduite dont les variations de section sont lentes. Le débit est de 3000 L/min.

Calculer les vitesses moyennes V_1 et V_2 dans deux sections droites de diamètre D_1 = 120 mm et D_2 = 200 mm



EXERCICE 3

1) Dans un tube de diamètre 12,7 mm, s'écoule à la vitesse 1,2 $m.s^{-1}$ de l'huile de masse volumique 820 $kg.m^{-3}$. Calculer le débit volumique puis le débit massique.

2) On veut injecter 3,82 cm^3 de polyéthylène de masse volumique $\rho = 920$ $kg.m^{-3}$ dans un moule. La vitesse d'injection à l'entrée du moule est de $v = 2,1$ $m.s^{-1}$ dans une buse de diamètre 3 mm.
- Calculer le débit volumique d'injection.
- En déduire la durée d'injection pour le volume considérée.

2. ECOULEMENTS EN CHARGE

22. THEOREME DE BERNOULLI

221. Ecoulements sans échange d'énergie

EXERCICE 4

Soit une canalisation régulière dont l'axe est incliné par rapport à l'horizontale.
Soit deux points M_1 et M_2 , de cotes z_1 et z_2 , pris dans une même section droite de la conduite.

1) Montrer que la différence de pression $(p_2 - p_1)$ entre ces deux points dépend seulement de la nature du fluide et de la différence d'altitude des points considérés.

2) Calculer cette différence de pression : $g = 10\ m.s^{-2}$ et $z_2 - z_1 = 5$ m si le fluide est de l'eau de masse volumique $\rho = 1000\ kg.m^{-3}$
3) Quelle est l'importance relative de cette différence de pression si l'écoulement a lieu sous une pression moyenne voisine de la pression atmosphérique normale (10^5 Pa) ?

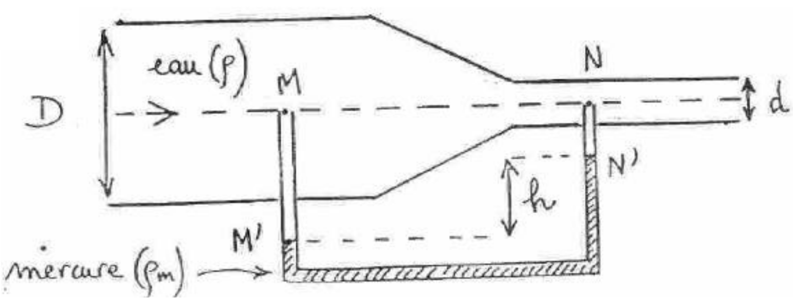
EXERCICE 5

Dans une conduite horizontale de diamètre $D_1 = 12$ cm circule de l'eau avec un débit volumique de 16,3 $m^3.h^{-1}$. La viscosité de l'eau est négligeable et la pression dans cette conduite principale vaut $p_1 = 4.10^5$ Pa . Une conduite secondaire, d'axe horizontal et de diamètre $D_2 = 2$ cm , est raccordée à la conduite principale. L'eau s'écoule en passant dans cette conduite secondaire .
Calculer :

1) la vitesse d'écoulement dans les deux conduites.

2) la pression de l'eau dans la conduite secondaire :
- si la conduite secondaire est dans le même plan horizontal que la conduite principale.
- si la conduite secondaire est située 12 m plus haut que la conduite principale.

EXERCICE 6



On utilise le dispositif ci-contre pour mesurer la vitesse d'écoulement V_M d'un liquide incompressible.

1) Exprimer la vitesse V_N en fonction de V_M, D et d.

2) Exprimer la différence de pression $p_N - p_M$:
- en appliquant le théorème de Bernoulli
- en appliquant le principe fondamental de l'hydrostatique

3) En déduire l'expression littérale de la vitesse V_M en fonction de ρ , ρ_m , h , D et d .

222. Ecoulements avec échange d'énergie

EXERCICE 7

Enjeu : On veut diminuer le coût énergétique d'une usine à papier située dans les Vosges, à proximité de la matière première (forêt).

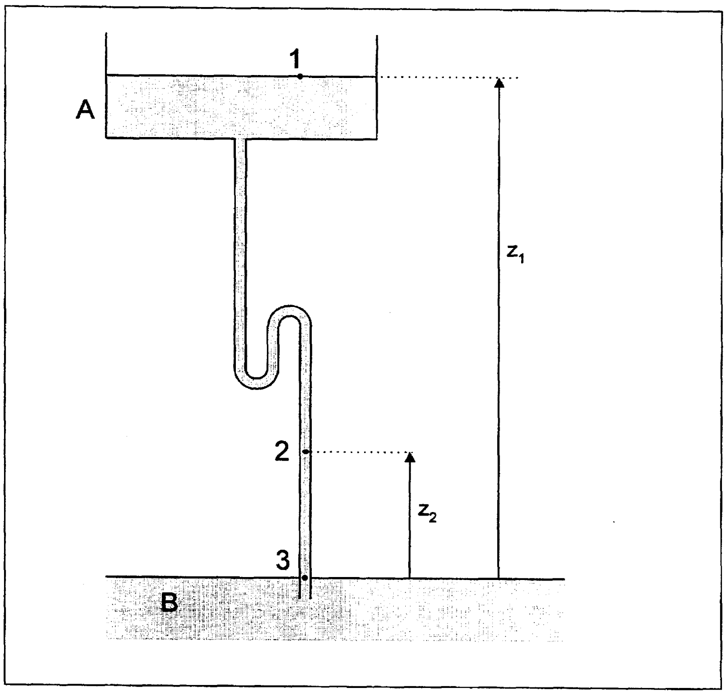
Problématique : L'usine se situe à une altitude de 300 m à proximité d'un cours d'eau. On envisage l'installation d'une centrale hydraulique au fil de l'eau. L'installation d'une conduite permettrait de dévier une partie de l'eau de la rivière pour l'amener à une turbine puis la restituer au lit de la rivière un peu plus bas.
Il faut dans un premier temps déterminer la rentabilité d'une telle installation. Dans cette optique, comment évaluer la puissance hydraulique qui sera disponible à la turbine ?

Grandeurs caractéristiques :
Altitude de prise d'eau : 360 m (conduite ouverte à l'air libre)
Altitude de restitution de l'eau : 248 m (conduite ouverte à l'air libre)
Accélération de pesanteur : 9.81 $m.s^{-2}$

Masse volumique de l'eau : 1000 $kg.m^{-3}$
Conduite : diamètre constant

débit dans la conduite constant : 0,3 $m^3.s^{-1}$
Perte en charge : Δh = 1,1 m

EXERCICE 8



Données :
- Les unités utilisées sont celles du système international.
- Valeur de la pression atmosphérique : $p_{atm} = 10^5$ Pa
- Intensité de la pesanteur : $g = 10$ $N.kg^{-1}$
- L'eau sera considérée comme un fluide parfait (non visqueux) et incompressible.
- La masse volumique de l'eau a pour valeur : $\rho = 1000$ $kg.m^{-3}$

Une conduite de sections $s = 10^{-3}$ m^2 permet de vider par gravité un réservoir cylindrique A de section $S_A = 10$ m^2 dans un réservoir B.
La surface libre du réservoir B est suffisamment grande pour que l'on puisse considérer sa cote z_3 comme étant invariable. On prendra le niveau de cette surface comme origine des cotes ($z_3 = 0$).
La surface libre de l'eau contenue dans les deux réservoirs est au contact de l'air atmosphérique.

1. Calculs préliminaires

11. Les pressions aux points 1 et 3 sont égales.
    Justifier cette affirmation et donner la valeur commune p de ces pressions.

12. Dans la suite du problème, on négligera la vitesse v_1 de l'eau au point 1 devant la vitesse v_3 de l'eau au point 3.
    Calculer le rapport des vitesses V_1 et V_3, puis justifier l'approximation proposée.

13. Donner l'expression de la vitesse V_3.
    Cette vitesse varie-t-elle lors de la vidange du réservoir A ? Justifier votre réponse.

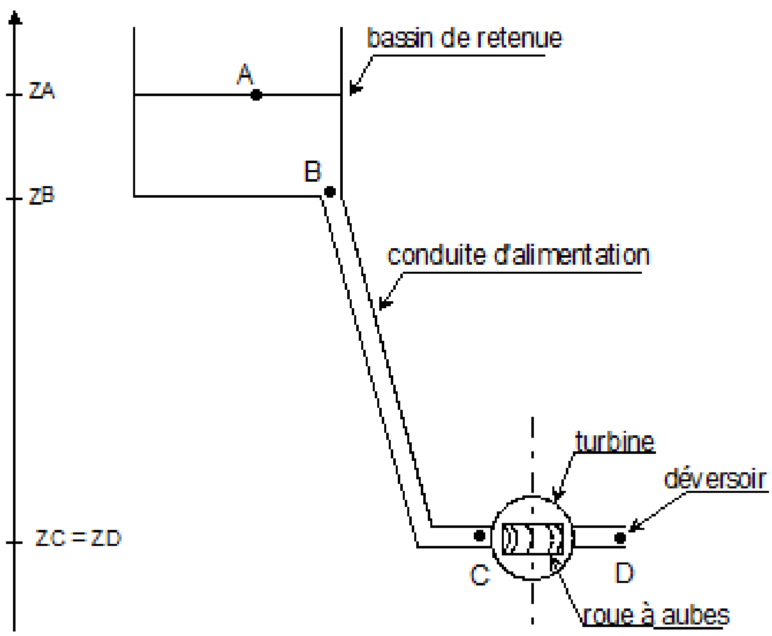
14. Calculer la valeur de la vitesse V_3 puis le débit volumique de la conduite pour une valeur de la cote $z_1 = 20$ m.

2. Mise en évidence d'un phénomène particulier : la cavitation

21. Etablir l'expression $p_2 = p_{atm} - \rho g z_2$ de la valeur de la pression p_2 de l'eau au point 2 de cote z_2.
    Calculer la valeur de p_2 pour $z_2 = 5$ m.
    Que se passe-t-il si la conduite a une paroi souple ?
22. Lorsque la pression de l'eau est inférieure à la pression maximale de vapeur saturante, l'eau passe de l'état liquide à l'état gazeux. Dans les conditions de cette étude, la pression maximale de vapeur saturante de l'eau a pour valeur $p_{sat} = 2{,}4.10^3$ Pa.
    Calculer la valeur de la cote z pour laquelle cette pression est atteinte.
    Que se passe-t-il alors ?

EXERCICE 9

Une turbine est alimentée par une retenue d'eau selon le schéma ci-dessous.



On donne :
Diamètre d de la conduite d'alimentation et de déversoir : d = 700 mm

Pression aux points A, C et D : $p_A = p_D = 1{,}01$ bar $p_C = 1{,}1$ bar
Cote des points A, B et C : $z_A = 363$ m $z_B = 361$ m $z_C = 353$ m

L'eau sera considérée comme un fluide parfait incompressible et on supposera que le niveau de l'eau dans la retenue est constant.

1. Calculer, dans ces hypothèses, la vitesse d'écoulement V_C du fluide au point C (c'est-à-dire à l'entrée de la turbine).

2. En déduire le débit volumique Q_v de l'eau dans la conduite.

3. Justifier que les vitesses d'écoulement en B et en C sont égales.

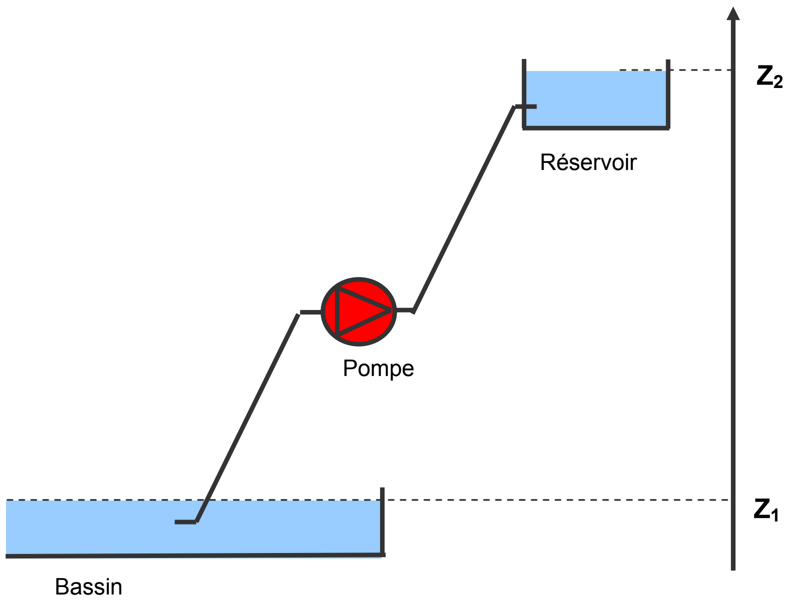
4. Calculer la pression p_B à l'entrée de la conduite.

5. Calculer la puissance fournie par l'eau à la turbine.

23. PERTES DE CHARGE DANS LES CONDUITES

EXERCICE 10

Une pompe de débit volumique $Q_v = 2{,}8$ L.s^{-1} remonte de l'eau entre un bassin et un réservoir à travers une conduite de diamètre D = 135 mm, de rugosité ε = 0,1 mm.



On donne :
- $Z_1 = 0$; $Z_2 = 35$ m
- $p_1 = p_2 = 1013$ mbar
- viscosité dynamique de l'eau : $\mu = 1.10^{-3}$ Pa·s.
- longueur de la conduite L = 65 m
- accélération de la pesanteur : $g = 9{,}81$ m.s^{-2}.

On négligera toutes les pertes de charge singulières.

1) Calculer la vitesse d'écoulement V de l'eau dans la conduite.

2) Calculer le nombre de Reynolds. L'écoulement est laminaire ou turbulent ?

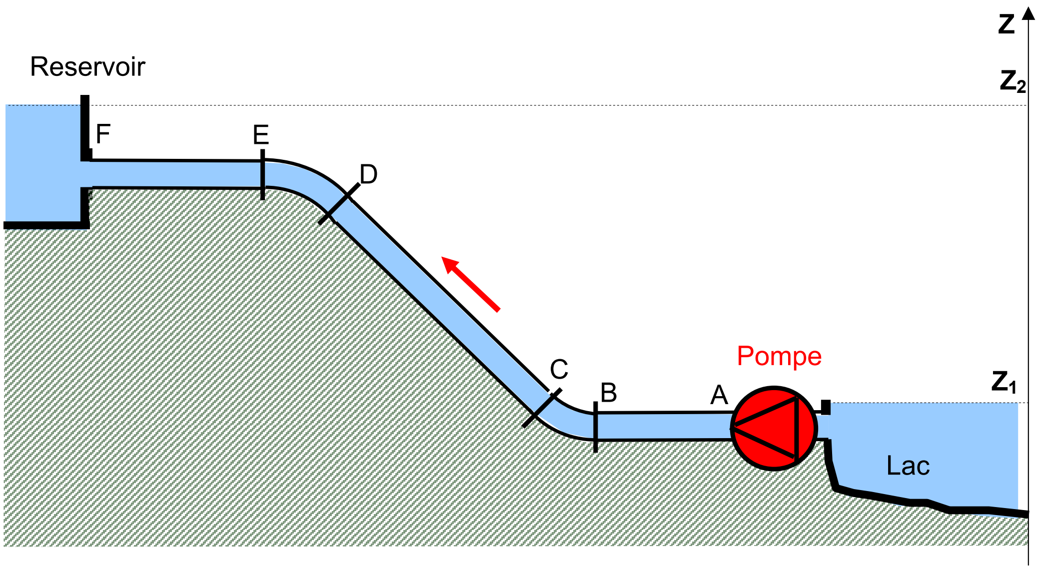
3) Déterminer le coefficient de pertes de charge linéaire λ.
   En déduire les pertes de charges Δh tout au long de la conduite.

4) Appliquer le théorème de Bernoulli pour calculer la puissance utile P_u de la pompe en Watt.

5) Le rendement de la pompe étant de 80 %, calculer la puissance absorbée par la pompe.

EXERCICE 11

Une pompe de débit volumique $Q_v = 2\ L.s^{-1}$ et de rendement $\eta = 70\ \%$ remonte de l'eau à partir d'un lac jusqu'au réservoir situé sur une colline.



L'eau est acheminée dans une conduite de diamètre D = 130 mm, de rugosité $\varepsilon = 0{,}1$ mm, formée de trois tronçons rectilignes :
- AB de longueur $L_1 = 10$ m,
- CD de longueur $L_2 = 12$ m,
- EF de longueur $L_3 = 8$ m,

Et de deux coudes à 45° : BC et DE, ayant chacun un coefficient de perte de charge $k_s = 0{,}33$.

On suppose que :
- les niveaux d'eau varient lentement,
- les niveaux $Z_1 = 0$ m , $Z_2 = 10$ m,
- les pressions $p_1 = p_2 = P_{atm}$;
- la viscosité dynamique de l'eau : $\mu = 10^{-3}$ Pa.s,
- la masse volumique de l'eau : $\rho = 1000\ kg.m^{-3}$,
- l'accélération de la pesanteur : $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$.

Travail demandé :

1) Calculer la vitesse V d'écoulement d'eau dans la conduite en $m.s^{-1}$.

2) Calculer le nombre de Reynolds Re.

3) Préciser la nature de l'écoulement.

4) Déterminer le coefficient de pertes de charge linéaire λ.

5) Calculer les pertes de charges linéaires Δh_l.

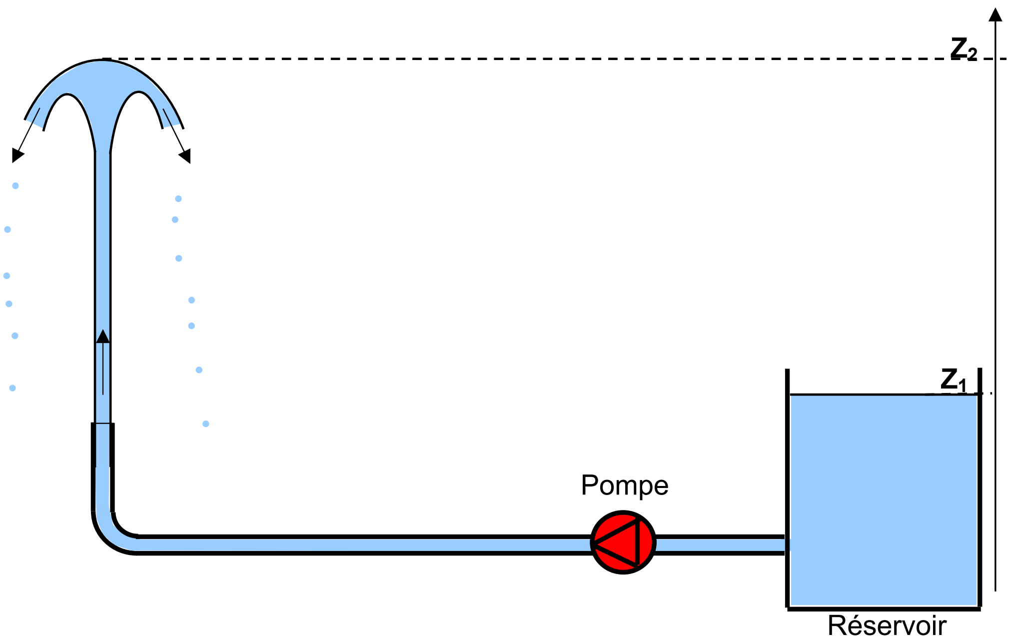
6) Calculer les pertes de charges singulières Δh_s.

7) Déterminer la puissance utile P_u de la pompe en Watt.

8) En déduire la puissance P_a absorbée par la pompe.

EXERCICE 12

On alimente un jet d'eau à partir d'un réservoir au moyen d'une pompe de débit volumique $Q_v = 2$ L.s^{-1} et d'un tuyau de longueur L = 15 m, de diamètre D = 30 mm et de rugosité $\varepsilon = 0{,}1$ mm. Le tuyau comporte un coude à 90° ayant un coefficient de pertes de charge $k_s = 0{,}3$.



Le niveau de la surface libre du réservoir, supposé lentement variable, est à une altitude $Z_1 = 3$ m au dessus du sol.
Le jet s'élève jusqu'à une hauteur $Z_2 = 10$ m.

On suppose que:
- Les pressions: $p_1 = p_2 = P_{atm}$.
- la viscosité dynamique de l'eau : $\mu = 10^{-3}$ Pa.s,
- la masse volumique de l'eau : $\rho = 1000$ kg.m^{-3},
- l'accélération de la pesanteur : $g = 9{,}81$ m.s^{-2}.

Travail demandé :

1) Calculer la vitesse V d'écoulement d'eau dans la conduite en m.s^{-1}.

2) Calculer le nombre de Reynolds Re.

3) Préciser la nature de l'écoulement.

4) Déterminer le coefficient de pertes de charge linéaire λ.

5) Calculer les pertes de charges linéaires $\Delta h_{linéaire}$.

6) Calculer les pertes de charges singulières $\Delta h_{singulière}$

7) Appliquer le théorème de Bernoulli entre les points (1) et (2) pour déterminer la puissance utile P_u de la pompe en Watt.

8) En déduire la puissance P_a absorbée par la pompe sachant que son rendement est $\eta = 75\ \%$

EXERCICE 13 : dimensionnement d'une conduite

Un pisciculteur souhaite alimenter en eau un bassin avec un débit Q = 175 L.s^{-1}, par l'intermédiaire d'un réservoir, dans lequel la hauteur d'eau est h = 3 m, se vidangeant par le fond dans une canalisation en PVC (ε = 0,01 mm) cylindrique en charge, de longueur L = 15 m. le coefficient de perte de charge singulière totale de l'installation vaut K = 1,74.
Il vous demande de dimensionner le diamètre de la canalisation.

Champ de pesanteur g = 9,8 m.s^{-2}
Viscosité cinématique : ν = 1,1.10^{-6} m^2.s^{-1}

1- Etablir l'expression de la vitesse V de l'écoulement en fonction du diamètre D de la conduite.

2- L'équation de fonctionnement de l'installation est donnée par : $h = \Delta h + \frac{V^2}{2g}$, où h est la hauteur d'eau dans le réservoir et Δh les pertes de charge totales dans le circuit hydraulique.
Justifier et expliquer cette équation.

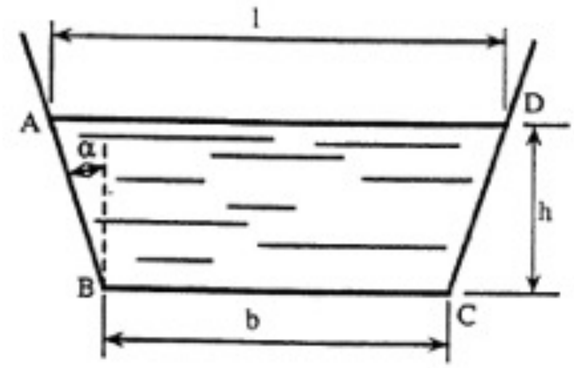
3- Donner l'expression des pertes de charge totales Δh en fonction du coefficient de Moody λ, de la longueur L de la conduite, du débit Q, et du diamètre hydraulique D.

4- En déduire l'équation suivante : $D^4 = \frac{8Q^2}{\pi^2 gh}\left(\frac{L\lambda}{D} + K + 1\right)$ en en donner l'expression numérique en fonction de D et de λ.

5- Résoudre cette équation par une méthode itérative.
On présentera les résultats dans un tableau. A chaque pas d'itération, on déterminera le Reynolds, la rugosité absolue, le coefficient de Moody λ, et le nouveau diamètre D.
En 5 itérations la solution pour D converge.

3. ECOULEMENTS A SURFACE LIBRE

EXERCICE 14



Un canal en béton de qualité moyenne doit être construit pour transporter un débit $Q = 80$ m^3.s^{-1}.

Pour la géométrie de ce canal trapézoïdal, on propose une largeur de fond de $b = 5$ m, et des talus de pente $m = \tan \alpha = 3$.

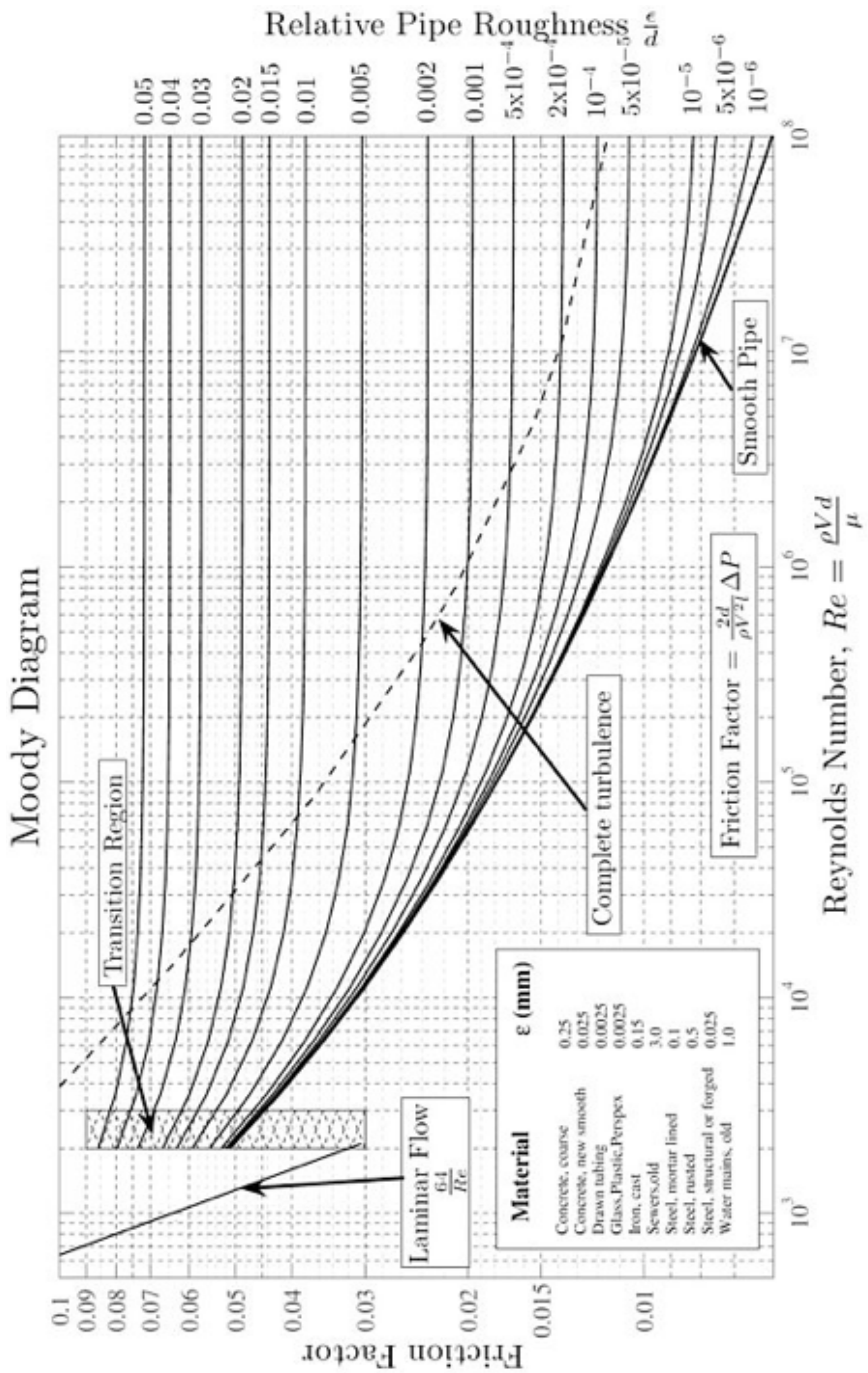
Dans ces conditions, $R_H = \dfrac{bh + mh^2}{b + 2h\sqrt{1+m^2}}$

La pente du fond du canal doit suivre la pente géomorphologique moyenne, qui est déterminée comme étant j = 0,1 %.

On admet que l'écoulement est uniforme, et que l'eau a une température de 10°C : sa viscosité cinématique ν vaut 1,31.10^{-6} m^2.s^{-1}.

1. Calculer la profondeur normale de l'eau. On choisira le coefficient de Strikler K = 70.

2. Contrôler ensuite si l'écoulement est laminaire ou turbulent.



Moody Diagram
Relative Pipe Roughness $\frac{\varepsilon}{d}$
0.05
0.04
0.03
0.02
0.015
0.01
0.005
0.002
0.001
5x10^{-4}
2x10^{-4}
10^{-4}
5x10^{-5}
10^{-5}
5x10^{-6}
10^{-6}
Transition Region
Complete turbulence
Smooth Pipe
Laminar Flow $\frac{64}{Re}$
Friction Factor $= \frac{2d}{\rho V^2 l}\Delta P$
Reynolds Number, $Re = \frac{\rho V d}{\mu}$
Friction Factor
0.1
0.09
0.08
0.07
0.06
0.05
0.04
0.03
0.02
0.015
0.01
10^3
10^4
10^5
10^6
10^7
10^8
Material
ε (mm)
Concrete, coarse 0.25
Concrete, new smooth 0.025
Drawn tubing 0.0025
Glass,Plastic,Perspex 0.0025
Iron, cast 0.15
Sewers,old 3.0
Steel, mortar lined 0.1
Steel, rusted 0.5
Steel, structural or forged 0.025
Water mains, old 1.0